О многомерных аналогах неравенства В. А. Маркова

Скалыга В. И. (Москва, Россия)

Пусть X — нормированное векторное пространство над $\mathbb{R}$, $P_n(\cdot)$ — полином степени не выше n, отображающий X в $\mathbb{R}$. Пусть $\|P_n^{(k)}(x)\|_{L^k}$ — норма функционала k-й производной Фреше полинома P_n в точке x в пространстве $L^k = L^k(X, \mathbb{R})$ ограниченных k-линейных функционалов из X^k в $\mathbb{R}$. Пусть $P_n^{(k)}(x)[h^k]$ — значение k-ой производной полинома $P_n(\cdot)$ по направлению h в точке x. Пусть K — выпуклое ограниченное замкнутое тело, симметричное относительно нуля пространства X,

$$\|P_n\|_K = \sup_{x \in K} |P_n(x)|,$$

$T_n(\cdot)$ — полином Чебышева, $T_n(t) = \cos(n \arccos t)$, $|t| \le 1$. Будем использовать следующие характеристики тела K: $\rho(\cdot)$ — функция Минковского для тела K;

$$r_h = \frac{\|h\|}{\rho(h)}, \quad r(K) = \inf_{\|h\|=1} r_h.$$

Теорема. *Справедливы неравенства*

$$|P_n^{(k)}(x)[h^k]| \le T_n^{(k)}(\rho_1(x)) \|P_n\|_K / r_h^k, \quad \|h\| = 1,$$
$$\|P_n^{(k)}(x)\|_{L^k} \le c_k T_n^{(k)}(\rho_1(x)) \|P_n\|_K / r^k(K),$$

где $\rho_1(x)) = \max(1, \rho(x))$, $c_k \le k^k/k!$ *и, если* X *— предгильбертово пространство, то* $c_k = 1$.