К численной аппроксимации некоторых специальных функций

Раппопорт Ю.М. (Москва, Россия)

Предложена новая реализация Тау метода Ланцоша [1] и аппроксимационного метода Дзядыка [2] с минимальной невязкой для нахождения полиномиальных приближений решений линейных дифференциальных уравнений второго порядка с полиномиальными коэффициентами. Разработана вычислительная схема применения Тау метода для приближенного решения систем дифференциальных уравнений гипергеометрического типа [3]. Обсуждаются различные варианты выбора вектора возмущений. Предлагается выбор вектора возмущений в виде смещенного многочлена Чебышева со специальным образом подобранными сдвигом и нормировкой. Находятся условия оптимальности предлагаемого выбора возмущения для случая одного уравнения. Они достаточно просты для проверки в ряде важных случаев.

Разрабатываются различные подходы для вычисления ядер интегральных преобразований Конторовича–Лебедева - модифицированных функций Бесселя второго порядка чисто мнимого индекса $K_{i\beta}(x)$ и комплексного порядка $K_{1/2+i\beta}(x)$. Подготовлены программы вычислений и изданы таблицы модифицированных функций Бесселя $K_{1/2+i\beta}(x)$. Показаны преимущества обсуждаемых алгоритмов и программ по точности и машинному времени [4]. Даны эффективные применения разработанных методик для численного решения смешанных краевых задач в клиновидных областях [5].

Литература

[1] *J.H. Freilich, E.L. Ortiz* Numerical solution of systems of ordinary differential equations with the Tau method. Math. Comp., v.39, 467–479 (1982).

[2] *В.К. Дзядык* Аппроксимационный метод приближения алгебраическими полиномами решений линейных дифференциальных уравнений. Изв. АН СССР, сер.матем. т.38, N 4, 937–967 (1974).

[3] *J.M. Rappoport* Canonical vector polynomials for the computation of complex order Bessel functions with the Tau method. Comp. Math. Appl., v.41, 399–406 (2001).

[4] *B.R. Fabijonas, D.W. Lozier, J.M. Rappoport* Algorithms and codes for the Macdonald function: Recent progress and comparisons. Journ. Comput. Appl. Math., v.161, 179–192 (2003).

[5] *J.M. Rappoport* Tau method and numerical solution of some mixed boundary value problems. Proceedings of the International Conference on Computational and Mathematical Methods in Science and Engineering, CMMSE-2004, Angstrom Laboratory, Uppsala, June, 4-8, 2004, pp. 236–242.