Характеристика функции класса $C^{1,1}$

Иоффе А.Д. (Хайфа, Израиль), Милош Т. (Варшава, Польша)

Теорема 1. *Пусть X — банахово пространство, Ω — открытое подмножество X, $f\colon \Omega \to \mathbb{R}$ — локально липшицева функция. Тогда следующие условия эквивалентны:*

a) f *класса* $C^{1,1}$ *на* Ω*;*

b) f *регулярна по Кларку на* Ω *и* $f^\circ(\cdot,\cdot)$ *удовлетворяет условию Липшица в окрестности каждого* $(x,0)$, $x \in \Omega$*;*

c) $\partial^- f(x)$ *не пустое множество в* X^* *для каждого* $x \in \Omega$ *и* $x \to \partial^- f(x)$ *— локально липшицевое многозначное отображение;*

d) $d^- f(x)$ *удовлетворяет условию Липшица в окрестности каждого* $(x,0)$, $x \in \Omega$*;*

e) f *является локально липшицевой функцией второго порядка на* Ω*.*

Теорема 2. *Если к условиям теоремы* 1 *добавлено предположение, что* $\dim X < \infty$*, то условия a)–e) теоремы* 1 *эквивалентны условию:*

e) f *липшицева второго порядка для каждого* $x \in \Omega$*.*