Экстремальные задачи, связанные с навигацией по геофизическим полям

Бердышев В.И. (Екатеринбург, Россия)

Пусть геофизическое поле F региона $Q \subset \mathbb{R}^2$, задано вектор-функцией $F(u) = (F_1, F_2),\ u \in Q$ где F_1 – поле высот, F_2 – поле яркости. Положение $w = (t, a)$ движущегося над Q аппарата (ЛА) задается координатами центра масс $t \in \mathbb{R}^3$ и ориентацией $a = (a_1, a_2, a_3)$ в $\mathbb{R}^3$. Положение w грубо определяется по показаниям бортовой инерциальной системы. Для коррекции этих показаний аппарат, находясь в положении w, замеряет фрагмент $\varphi = \varphi_w$ поля F. Задача навигации – задача определения w по хранящейся на борту ЛА информации о поле F на всем регионе Q и фрагменту φ, снятому на местности. Спрашивается, как определить фрагмент φ, в каком виде хранить информацию о поле F, как оценить свойство информативности поля F, определяющее возможность навигации?

Пусть $\Delta = \{l\}$ – конус лучей l в $\mathbb{R}^3$, f_l – точка из graph F_1, для которой $|t - f_l| = \rho(t, a(l) \cap \text{graph } F_1)$. Фрагмент поля F определим как вектор-функцию

$$\varphi = \varphi_w(l, F) = (|t - f_l|, \text{Br } f_l), \quad l \in \Delta,$$

где $|\cdot|$ – евклидова норма, Br f_l – яркость точки f_l. Информацию о поле F можно хранить в виде аппроксимирующей функции p из заданного класса $\mathcal{P} = \{p\}$ простых функций, например, сплайнов. Задача навигации состоит в поиске

$$d(w, p) = \min\{\|\varphi_w(l, F) - \varphi_W(l, p)\|_\Delta :\ W \in \mathcal{W}\},$$

где $\|\cdot\|$ – некоторая норма функций на Δ, $\mathcal{W}$ – заданная область изменения набора параметров $W = (T, A) \in \mathbb{R}^6$. Приведем задачу поиска функции $p \in \mathcal{P}$, наилучшей с точки зрения навигации:

$$\inf\left\{\max\{\rho(w, \arg d(w, p)) :\ w \in \mathcal{W}\} :\ p \in \mathcal{P}\right\}. \tag{1}$$

Информативность поля F характеризуется посредством модуля

$$J(\tau, F) = \max\left\{|w - W| :\ \|\varphi_w(l, F) - \varphi_W(l, F)\|_\Delta \le \tau,\ w, W \in \mathcal{W}\right\}$$

и величиной его производной в нуле $J'(0, F)$. Пусть $\gamma = \{\Gamma\}$ – класс гладких траекторий Γ, соединяющих две заданных точки из $\mathbb{R}^3$, $J(\tau, F, \Gamma)$ – модуль информативности поля на Γ, $\varepsilon(\Gamma^0)$ –совокупность траекторий из ε-окрестности кривой Γ с равномерно ограниченной скоростью. Тогда

$$\inf\left\{\max\{J'(0, F, \Gamma) :\ \Gamma \in \varepsilon(\Gamma^0)\} :\ \Gamma^0 \in \gamma\right\} \tag{2}$$

– есть задача о наиболее информативной траектории. В докладе даются необходимые условия экстремума для задач (1), (2).