



**Московский авиационный институт
(национальный исследовательский университете)**

Кафедра "Высшая математика"

САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА СТУДЕНТОВ

Методические указания и варианты

*самостоятельных работ по математике для студентов-бакалавров
технических и экономических специальностей*

Составители: Гуторина Т.А.,

Дадашов Ч.М.

Москва

2017

В данной работе содержатся задания по разделам: векторная алгебра и аналитическая геометрия, определители и матрицы, дифференциальное исчисление, исследование функций, построения графиков, интегральное исчисление, дифференциальные уравнения и математическая статистика. Методические рекомендации разработаны для студентов первого и второго курсов.

ОГЛАВЛЕНИЕ

I.	Векторная алгебра и аналитическая геометрия	4
II.	Определители и матрицы	17
III.	Пределы	26
IV.	Дифференциальное исчисление	31
V.	Исследование функций, построения графиков	39
VI.	Интегральное исчисление	47
	Неопределенный интеграл	47
	Определенный и несобственные интегралы	48
VII.	Дифференциальные уравнения	54
VIII.	Математическая статистика	60

Векторная алгебра и аналитическая геометрия

Теория

1. Прямоугольная система координат в плоскости:

- а) расстояние между двумя точками в пространстве;
- б) деление отрезка в заданном отношении (различные случаи).

2. Векторы и простейшие действия над ними:

- а) разложение вектора по ортам;
- б) модуль вектора;
- в) направляющие косинусы вектора;
- г) единичный вектор;
- д) сложение и вычитание векторов;

3. Скалярное произведение векторов:

- а) определение;
- б) свойства;
- в) скалярное произведение ортов осей координат;
- г) скалярное произведение в координатной форме;

4. Векторное произведение:

- а) определение;
- б) свойства;
- в) векторное произведение ортов осей координат;
- г) векторное произведение в координатной форме;

4. Смешанное произведение:

- а) определение;
- б) свойства;
- в) векторное произведение в координатной форме;
- г) физическое истолкование смешанного произведения;

Аналитическая геометрия

1. Плоскость:

- а) уравнение плоскости в векторной форме;
- б) нормальное уравнение плоскости;
- в) общее уравнение плоскости (нормирующий множитель);
- г) частные случаи расположения плоскости;
- д) уравнение плоскости в отрезках;
- е) угол между плоскостями, параллельность и перпендикулярность плоскостей;
- ж) расстояние от точки до плоскости;
- з) уравнение плоскости, проходящей через точку $M_0(x_0; y_0; z_0)$ и перпендикулярно вектору $N=Ai+Bj+Ck$;
- и) уравнение пучка плоскостей;
- к) уравнение плоскости проходящей через три заданные точки;

2. Прямая:

- а) прямая, как пересечение двух плоскостей;
- б) уравнение плоскости, проходящей через две заданные точки;
- в) направляющие косинусы и направляющий вектор прямой;
- г) каноническое уравнение прямой: переход от уравнения пункта к каноническому уравнению
- д) параметрическое уравнение прямой;

е) угол между двумя прямыми в пространстве; условия параллельности и перпендикулярности двух прямых в пространстве;

ж) необходимое и достаточное условие компланарности двух прямых;

3. Прямая и плоскость в пространстве:

а) угол между прямой и плоскостью в пространстве (условие параллельности и перпендикулярности);

б) определение точки пересечения прямой и плоскости в пространстве (все случаи);

Задача 1. Написать разложение вектора x по векторам p, q, r .

1. $x = \{-2; 4; 7\}$ $p = \{0; 1; 2\}$ $q = \{1; 0; 1\}$ $r = \{-1; 2; 4\}$
2. $x = \{6; 12; -1\}$ $p = \{1; 3; 0\}$ $q = \{2; -1; 1\}$ $r = \{0; -1; 2\}$
3. $x = \{1; -4; 4\}$ $p = \{2; 1; -1\}$ $q = \{0; 3; 2\}$ $r = \{1; -1; 1\}$
4. $x = \{-9; 5; 5\}$ $p = \{4; 1; 1\}$ $q = \{2; 0; -3\}$ $r = \{-1; 2; 1\}$
5. $x = \{-5; -5; 5\}$ $p = \{-2; 0; 1\}$ $q = \{1; 3; -1\}$ $r = \{0; 4; 1\}$
6. $x = \{13; 2; 7\}$ $p = \{5; 1; 0\}$ $q = \{2; -1; 3\}$ $r = \{1; 0; -1\}$
7. $x = \{-19; -1; 7\}$ $p = \{0; 1; 1\}$ $q = \{-2; 0; 1\}$ $r = \{3; 1; 0\}$
8. $x = \{3; -3; 4\}$ $p = \{1; 0; 2\}$ $q = \{0; 1; 1\}$ $r = \{2; -1; 4\}$
9. $x = \{3; 3; -1\}$ $p = \{3; 1; 0\}$ $q = \{-1; 2; 1\}$ $r = \{-1; 0; 2\}$
10. $x = \{-1; 7; -4\}$ $p = \{-1; 2; 1\}$ $q = \{2; 0; 3\}$ $r = \{1; 1; -1\}$
11. $x = \{6; 5; -14\}$ $p = \{1; 1; 4\}$ $q = \{0; -3; 2\}$ $r = \{2; 1; -1\}$
12. $x = \{6; -1; 7\}$ $p = \{1; -2; 0\}$ $q = \{-1; 1; 3\}$ $r = \{1; 0; 4\}$
13. $x = \{5; 15; 0\}$ $p = \{1; 0; 5\}$ $q = \{-1; 3; 2\}$ $r = \{0; -1; 1\}$
14. $x = \{2; -1; 11\}$ $p = \{1; 1; 0\}$ $q = \{0; 1; -2\}$ $r = \{1; 0; 3\}$
15. $x = \{11; 5; -3\}$ $p = \{1; 0; 2\}$ $q = \{-1; 0; 1\}$ $r = \{2; 5; -3\}$
16. $x = \{8; 0; 5\}$ $p = \{2; 0; 1\}$ $q = \{1; 1; 0\}$ $r = \{4; 1; 2\}$
17. $x = \{3; 1; 8\}$ $p = \{0; 1; 3\}$ $q = \{1; 2; -1\}$ $r = \{2; 0; -1\}$

18. $x=\{8;1;12\}$ $p=\{1;2;-1\}$ $q=\{3;0;2\}$ $r=\{-1;1;1\}$
19. $x=\{-9;-8;-3\}$ $p=\{1;4;1\}$ $q=\{-3;2;0\}$ $r=\{1;-1;2\}$
20. $x=\{-5;9;-13\}$ $p=\{0;1;-2\}$ $q=\{3;-1;1\}$ $r=\{4;1;0\}$
21. $x=\{-15;5;6\}$ $p=\{0;5;1\}$ $q=\{3;2;-1\}$ $r=\{-1;1;0\}$
22. $x=\{8;9;4\}$ $p=\{1;0;1\}$ $q=\{0;-2;1\}$ $r=\{1;3;0\}$
23. $x=\{23;-14;-30\}$ $p=\{2;1;0\}$ $q=\{1;-1;0\}$ $r=\{-3;2;5\}$
24. $x=\{3;1;3\}$ $p=\{2;1;0\}$ $q=\{1;0;1\}$ $r=\{4;2;1\}$
25. $x=\{-1;7;0\}$ $p=\{0;3;1\}$ $q=\{1;-1;2\}$ $r=\{2;-1;0\}$

Задача 2. Найти косинус угла между векторами АВ и АС.

1. $A(1;-2;3)$ $B(0;-1;2)$ $C(3;-4;5)$
2. $A(0;-3;6)$ $B(-12;-3;-3)$ $C(-9;-3;-6)$
3. $A(3;3;-1)$ $B(5;5;-2)$ $C(4;-1;1)$
4. $A(-1;2;3)$ $B(3;4;-6)$ $C(1;1;-1)$
5. $A(-4;-2;0)$ $B(-1;-2;4)$ $C(3;-2;1)$
6. $A(5;3;-1)$ $B(5;2;0)$ $C(6;4;-1)$
7. $A(-3;-7;-5)$ $B(0;-1;-7)$ $C(2;3;0)$
8. $A(2;-4;6)$ $B(0;-2;4)$ $C(6;-8;10)$
9. $A(0;1;-2)$ $B(3;1;2)$ $C(4;1;1)$
10. $A(3;3;-1)$ $B(1;5;-2)$ $C(4;1;1)$
11. $A(2;1;-1)$ $B(6;-1;-4)$ $C(4;2;1)$
12. $A(-1;-2;1)$ $B(-4;-2;5)$ $C(-8;-2;2)$
13. $A(6;2;-3)$ $B(6;3;-2)$ $C(7;3;-3)$
14. $A(0;0;4)$ $B(-3;-6;1)$ $C(-5;-10;-1)$
15. $A(2;-8;-1)$ $B(4;-6;0)$ $C(-2;-5;-1)$
16. $A(3;-6;9)$ $B(0;-3;6)$ $C(9;-2;15)$

17. $A(0;2;-4)$ $B(8;2;2)$ $C(6;2;4)$
18. $A(3;3;-1)$ $B(5;1;-2)$ $C(4;1;1)$
19. $A(-4;3;0)$ $B(0;1;3)$ $C(-2;4;-2)$
20. $A(1;-1;0)$ $B(-2;-1;4)$ $C(8;-1;-1)$
21. $A(7;0;2)$ $B(7;1;3)$ $C(8;-1;2)$
22. $A(2;3;2)$ $B(-1;-3;-1)$ $C(-3;-7;-3)$
23. $A(2;2;7)$ $B(0;0;6)$ $C(-2;5;7)$
24. $A(-1;2;-3)$ $B(0;1;-2)$ $C(-3;4;-5)$
25. $A(0;3;-6)$ $B(9;3;6)$ $C(12;3;3)$

Задача 3. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках $A_1;A_2;A_3;A_4$ и его высоту, опущенную из вершины A_4 на грань $A_1A_2A_3$.

1. $A_1(1;3;6)$ $A_2(2;2;1)$ $A_3(-1;0;1)$ $A_4(-4;6;-3)$
2. $A_1(-4;2;6)$ $A_2(2;-3;0)$ $A_3(-10;5;8)$ $A_4(-5;2;-4)$
3. $A_1(7;2;4)$ $A_2(7;-1;-2)$ $A_3(3;3;1)$ $A_4(-4;2;1)$
4. $A_1(2;1;4)$ $A_2(-1;5;-2)$ $A_3(-7;-3;2)$ $A_4(-6;-3;6)$
5. $A_1(-1;-5;2)$ $A_2(-6;0;-3)$ $A_3(3;6;-3)$ $A_4(-10;6;7)$
6. $A_1(1;-1;-1)$ $A_2(-2;3;5)$ $A_3(1;-5;-9)$ $A_4(-1;-6;3)$
7. $A_1(5;2;0)$ $A_2(2;5;0)$ $A_3(1;2;4)$ $A_4(-1;1;1)$
8. $A_1(2;-1;-2)$ $A_2(1;2;1)$ $A_3(5;0;-6)$ $A_4(-10;9;-7)$
9. $A_1(-2;0;-4)$ $A_2(-1;7;1)$ $A_3(4;-8;-4)$ $A_4(1;-4;6)$
10. $A_1(14;4;5)$ $A_2(-5;-3;2)$ $A_3(-2;-6;-3)$ $A_4(-2;2;-1)$
11. $A_1(1;2;0)$ $A_2(3;0;-3)$ $A_3(5;2;6)$ $A_4(8;4;-9)$
12. $A_1(2;-1;2)$ $A_2(1;2;-1)$ $A_3(3;2;1)$ $A_4(-4;2;5)$
13. $A_1(1;1;2)$ $A_2(-1;1;3)$ $A_3(2;-2;4)$ $A_4(-1;0;-2)$
14. $A_1(2;3;1)$ $A_2(4;1;-2)$ $A_3(6;3;7)$ $A_4(7;5;-3)$
15. $A_1(1;1;-1)$ $A_2(2;3;1)$ $A_3(3;2;1)$ $A_4(5;9;-8)$

16.	$A_1(1;5;-7)$	$A_2(-3;6;3)$	$A_3(-2;7;3)$	$A_4(-4;8;-12)$
17.	$A_1(-3;4;-7)$	$A_2(1;5;-4)$	$A_3(-5;-2;0)$	$A_4(2;5;4)$
18.	$A_1(-1;2;-3)$	$A_2(4;-1;0)$	$A_3(2;1;-2)$	$A_4(3;4;5)$
19.	$A_1(4;-1;3)$	$A_2(-2;1;0)$	$A_3(0;-5;1)$	$A_4(3;2;-6)$
20.	$A_1(1;-1;1)$	$A_2(-2;0;3)$	$A_3(2;1;-1)$	$A_4(2;-2;-4)$
21.	$A_1(1;2;0)$	$A_2(1;-1;2)$	$A_3(0;1;-1)$	$A_4(-3;0;1)$
22.	$A_1(1;0;2)$	$A_2(1;2;-1)$	$A_3(2;-2;1)$	$A_4(2;1;0)$
23.	$A_1(1;2;-3)$	$A_2(1;0;1)$	$A_3(-2;-1;6)$	$A_4(0;-5;-4)$
24.	$A_1(3;10;-1)$	$A_2(-2;3;-5)$	$A_3(-6;0;-3)$	$A_4(1;-1;2)$
25.	$A_1(-1;2;4)$	$A_2(-1;-2;-4)$	$A_3(3;0;-1)$	$A_4(7;-3;1)$

Задача 4. Найти расстояние от точки M_0 до плоскости, проходящей через точки $M_1; M_2; M_3$.

1.	$M_1(-3;4;-7)$	$M_2(1;5;-4)$	$M_3(-5;-2;0)$	$M_0(-12;7;-1)$
2.	$M_1(-1;2;-3)$	$M_2(4;-1;0)$	$M_3(2;1;-2)$	$M_0(1;-6;-5)$
3.	$M_1(-3;-1;1)$	$M_2(-9;1;-2)$	$M_3(3;-5;4)$	$M_0(-7;0;-1)$
4.	$M_1(1;-1;1)$	$M_2(-2;0;3)$	$M_3(2;1;-1)$	$M_0(-2;4;2)$
5.	$M_1(1;2;0)$	$M_2(1;-1;2)$	$M_3(0;1;-1)$	$M_0(2;-1;4)$
6.	$M_1(1;0;2)$	$M_2(1;2;-1)$	$M_3(2;-2;1)$	$M_0(-5;-9;1)$
7.	$M_1(1;2;-3)$	$M_2(1;0;1)$	$M_3(-2;-1;6)$	$M_0(3;-2;-9)$
8.	$M_1(3;10;-1)$	$M_2(-2;3;-5)$	$M_3(-6;0;-3)$	$M_0(-6;7;-10)$
9.	$M_1(-1;2;4)$	$M_2(-1;-2;-4)$	$M_3(3;0;-1)$	$M_0(-2;3;5)$
10.	$M_1(0;-3;1)$	$M_2(-4;1;2)$	$M_3(2;-1;5)$	$M_0(-3;4;-5)$
11.	$M_1(1;3;0)$	$M_2(4;-1;2)$	$M_3(3;0;1)$	$M_0(4;3;0)$
12.	$M_1(-2;-1;-1)$	$M_2(0;3;2)$	$M_3(3;1;-4)$	$M_0(-21;20;-16)$
13.	$M_1(-3;-5;6)$	$M_2(7;1;-4)$	$M_3(0;-3;-1)$	$M_0(3;6;68)$

14.	$M_1(2;-4;-3)$	$M_2(5;-6;0)$	$M_3(-1;3;-3)$	$M_0(2;-10;8)$
15.	$M_1(1;-1;2)$	$M_2(2;1;2)$	$M_3(1;1;4)$	$M_0(-3;2;7)$
16.	$M_1(1;3;6)$	$M_2(2;2;1)$	$M_3(-1;0;1)$	$M_0(5;-4;5)$
17.	$M_1(-4;2;6)$	$M_2(2;-3;0)$	$M_3(-10;5;8)$	$M_0(-12;1;8)$
18.	$M_1(7;2;4)$	$M_2(7;-1;-2)$	$M_3(-5;-2;-1)$	$M_0(10;1;8)$
19.	$M_1(2;1;4)$	$M_2(3;5;-2)$	$M_3(-7;-3;2)$	$M_0(-3;1;8)$
20.	$M_1(-1;-5;2)$	$M_2(-6;0;-3)$	$M_3(3;6;-3)$	$M_0(10;-8;-7)$
21.	$M_1(0;-1;-1)$	$M_2(-2;3;5)$	$M_3(1;-5;-9)$	$M_0(-4;-13;6)$
22.	$M_1(5;2;0)$	$M_2(2;5;0)$	$M_3(1;2;4)$	$M_0(-3;-6;-8)$
23.	$M_1(2;-1;-2)$	$M_2(1;2;1)$	$M_3(5;0;-6)$	$M_0(14;-3;7)$
24.	$M_1(-2;0;-4)$	$M_2(-1;7;1)$	$M_3(4;-8;-4)$	$M_0(-6;5;5)$
25.	$M_1(14;4;5)$	$M_2(-5;-3;2)$	$M_3(-2;-6;-3)$	$M_0(-1;-8;7)$

Задача 5. Написать уравнение плоскости, проходящей через точку А перпендикулярно вектору ВС.

1.	$A(2;5;-3)$	$B(7;8;-1)$	$C(9;7;4)$
2.	$A(-3;6;4)$	$B(8;-3;5)$	$C(0;-3;7)$
3.	$A(7;-5;0)$	$B(8;3;-1)$	$C(8;5;1)$
4.	$A(-1;2;-2)$	$B(13;14;1)$	$C(14;15;2)$
5.	$A(5;3;-1)$	$B(0;0;-3)$	$C(5;-1;0)$
6.	$A(-3;-1;7)$	$B(0;2;-6)$	$C(-2;3;-5)$
7.	$A(0;7;-9)$	$B(-1;8;-11)$	$C(-4;3;-12)$
8.	$A(1;-5;-2)$	$B(6;-2;1)$	$C(2;-2;-2)$
9.	$A(0;-8;10)$	$B(-5;5;7)$	$C(-8;0;4)$
10.	$A(-4;-2;5)$	$B(3;-3;-7)$	$C(9;3;-7)$
11.	$A(-3;1;0)$	$B(6;3;3)$	$C(9;4;-2)$
12.	$A(1;0;-6)$	$B(-7;2;1)$	$C(-9;6;1)$

- | | | | |
|-----|------------|-------------|------------|
| 13. | A(-7;1;-4) | B(8;11;-3) | C(9;9;-1) |
| 14. | A(2;1;7) | B(9;0;2) | C(9;2;3) |
| 15. | A(3;-3;-6) | B(1;9;-5) | C(6;6;-4) |
| 16. | A(-10;0;9) | B(12;4;11) | C(8;5;15) |
| 17. | A(1;-1;5) | B(0;7;8) | C(-1;3;8) |
| 18. | A(0;-2;8) | B(4;3;2) | C(1;4;3) |
| 19. | A(-3;7;2) | B(3;5;1) | C(4;5;3) |
| 20. | A(5;-1;2) | B(2;-4;3) | C(4;-1;3) |
| 21. | A(0;-3;5) | B(-7;2;6) | C(-3;2;4) |
| 22. | A(-7;0;3) | B(1;-5;-4) | C(2;-3;0) |
| 23. | A(1;9;-4) | B(5;7;1) | C(3;5;0) |
| 24. | A(-2;0;-5) | B(2;7;-3) | C(1;10;-1) |
| 25. | A(1;-1;8) | B(-4;-3;10) | C(-1;-1;7) |

Задача 6. Найти угол между плоскостями.

- | | | |
|-----|----------------------|----------------------|
| 1. | $x-3y+5=0;$ | $2x-y+5z-16=0.$ |
| 2. | $4x-5y+3z-1=0;$ | $x-4y-z+9=0.$ |
| 3. | $x+2y-2z-7=0;$ | $x+y-35=0.$ |
| 4. | $x+y+\sqrt{2}z-3=0;$ | $x-y+\sqrt{2}z-1=0.$ |
| 5. | $3x-y-5=0;$ | $2x+y-3=0.$ |
| 6. | $x-y+7z-1=0;$ | $2x-2y-5=0.$ |
| 7. | $2x-6y+14z-1=0;$ | $5x-15y+35z-3=0.$ |
| 8. | $2y+z-9=0;$ | $x-y+2z-1=0.$ |
| 9. | $x+4y-z+1=0;$ | $2x+y+4z-3=0.$ |
| 10. | $4x+3y-2=0;$ | $x+2y+2z+5=0.$ |
| 11. | $5x+3y+z-18=0;$ | $2y+z-9=0.$ |

12. $2x-z+5=0;$ $2x+3y-7=0.$
13. $x+2y-1=0;$ $x+y+6=0.$
14. $x-2y+2z+17=0;$ $y+z-1=0.$
15. $x+y+3z-7=0;$ $y+z-1=0.$
16. $3x-2y+3z+23=0;$ $y+z+5=0.$
17. $x-3y-2z-8=0;$ $x+y-z+3=0.$
18. $3x+2y-3z-1=0;$ $x+y+z-7=0.$
19. $x+2y+2z-3=0;$ $2x-y+2z+5=0.$
20. $2x+2y+z+9=0;$ $x-y+3z-1=0.$
21. $3x-2y-2z-16=0;$ $x+y-3z-7=0.$
22. $2x+2y+z-1=0;$ $x+z-1=0.$
23. $2x-y+5z+16=0;$ $x+2y+3z+8=0.$
24. $x+2y+2z-3=0;$ $16x+12y-15z-1=0.$
25. $6x+3y-2z=0;$ $x+2y+6z-12=0.$

Задача 7. Найти координаты точки А, равноудаленной от точек В и С.

1. $A(x;0;0)$ $B(-2;-4;-6)$ $C(-1;-2;-3)$
2. $A(x;0;0)$ $B(1;2;3)$ $C(2;6;10)$
3. $A(x;0;0)$ $B(4;6;8)$ $C(2;4;6)$
4. $A(0;0;z)$ $B(5;1;0)$ $C(0;2;3)$
5. $A(0;0;z)$ $B(3;3;1)$ $C(4;1;2)$
6. $A(0;0;z)$ $B(3;1;3)$ $C(1;4;2)$
7. $A(0;0;z)$ $B(-1;-2;-6)$ $C(2;3;5)$
8. $A(0;0;z)$ $B(-13;4;6)$ $C(10;-9;5)$
9. $A(0;0;z)$ $B(-5;-5;6)$ $C(-7;6;2)$
10. $A(0;y;0)$ $B(3;0;3)$ $C(0;2;4)$

11.	$A(0;y;0)$	$B(1;6;4)$	$C(5;7;1)$
12.	$A(0;y;0)$	$B(-2;8;10)$	$C(6;11;-2)$
13.	$A(0;y;0)$	$B(-2;-4;6)$	$C(7;2;5)$
14.	$A(0;y;0)$	$B(2;2;4)$	$C(0;4;2)$
15.	$A(0;y;0)$	$B(0;-4;1)$	$C(1;-3;5)$
16.	$A(0;y;0)$	$B(0;5;-9)$	$C(-1;0;5)$
17.	$A(0;y;0)$	$B(-2;4;-6)$	$C(8;5;1)$
18.	$A(0;y;0)$	$B(7;3;-4)$	$C(1;5;7)$
19.	$A(0;y;0)$	$B(0;-2;4)$	$C(-4;0;4)$
20.	$A(x;0;0;)$	$B(0;1;3)$	$C(2;0;4)$
21.	$A(x;0;0)$	$B(4;0;5)$	$C(5;4;2)$
22.	$A(x;0;0;)$	$B(8;1;-7)$	$C(10;-2;1)$
23.	$A(x;0;0)$	$B(3;5;6)$	$C(1;2;3)$
24.	$A(x;0;0)$	$B(4;5;-2)$	$C(2;3;4)$
25.	$A(x;0;0)$	$B(-2;0;6)$	$C(0;-2;-4)$

Задача 8. Написать каноническое уравнение прямой.

- $2x+y+z-2=0;$ $2x-y-3z+6=0.$
- $2x-3y-2z+6=0;$ $x-3y+z+3=0.$
- $6x-5y+3z+8=0;$ $6x+5y-4z+4=0.$
- $2x+3y-2z+6=0;$ $x-3y+z+3=0.$
- $x-3y+z+2=0;$ $x+3y+2z+14=0.$
- $x+5y+2z-5=0;$ $2x-5y-z+5=0.$
- $6x-7y-z-2=0;$ $x+7y-4z-5=0.$
- $x-y+z-2=0;$ $x-2y-z+4=0.$
- $x+5y-z+11=0;$ $x-y+2z-1=0.$

- | | | |
|-----|-----------------|-----------------|
| 10. | $x+y-2z-2=0;$ | $x-y+z+2=0.$ |
| 11. | $2x+y-3z-2=0;$ | $2x-y+z+6=0.$ |
| 12. | $4x+y+z+2=0;$ | $2x-y-3z-8=0.$ |
| 13. | $3x+y+2z+4=0;$ | $x-y-3z+2=0.$ |
| 14. | $2x-3y+z+6=0;$ | $x-3y-2z+3=0.$ |
| 15. | $x+5y-z-5=0;$ | $2x-5y+2z+5=0.$ |
| 16. | $6x-5y-4z+8=0;$ | $6x+5y+3z+4=0.$ |
| 17. | $8x-y-3z-1=0;$ | $x+y+z+10=0.$ |
| 18. | $6x-7y-4z-2=0;$ | $x+7y-z-5=0.$ |
| 19. | $3x+3y-2z-1=0;$ | $2x-3y+z+6=0.$ |
| 20. | $4x+y-3z+2=0;$ | $2x-y+z-8=0.$ |
| 21. | $x-y-z-2=0;$ | $x-2y+z+4=0.$ |
| 22. | $5x+y-3z+4=0;$ | $x-y+2z+2=0.$ |
| 23. | $3x+4y-2z+1=0;$ | $2x-4y+3z+4=0.$ |
| 24. | $x+5y+2z+11=0;$ | $x-y-z-1=0.$ |
| 25. | $3x+y-z-6=0;$ | $3x-y+2z=0.$ |

Задача №9 Найти точку пересечения прямой и плоскости.

$$1. \frac{x-7}{3} = \frac{y-3}{1} = \frac{z+1}{-2}$$

$$2x+y+7z-3=0$$

$$2. \frac{x+3}{0} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z+5}{11}$$

$$5x+7y+9z-32=0$$

$$3. \frac{x-1}{1} = \frac{y-3}{0} = \frac{z+2}{-2}$$

$$3x-7y-2z+7=0$$

$$4. \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-5} = \frac{z-3}{-2}$$

$$x+2y-5z+16=0$$

$$5. \frac{x-2}{4} = \frac{y-1}{-3} = \frac{z+3}{-2}$$

$$3x-y+4z=0$$

$$6. \frac{x-1}{6} = \frac{y-3}{1} = \frac{z+5}{3}$$

$$3x-2y+5z-3=0$$

- | | |
|---|-----------------|
| 7. $\frac{x+1}{-2} = \frac{y}{6} = \frac{z+1}{3}$ | $x+4y+13z-23=0$ |
| 8. $\frac{x-3}{1} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-8}{0}$ | $5x+9y+4z-25=0$ |
| 9. $\frac{x-1}{7} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-6}{-1}$ | $4x+y-6z-5=0$ |
| 10. $\frac{x-5}{-1} = \frac{y+3}{5} = \frac{z-1}{2}$ | $3x+7y-5z-11=0$ |
| 11. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+3}{0}$ | $x+7y+3z+11=0$ |
| 12. $\frac{x-1}{8} = \frac{y-8}{-5} = \frac{z+5}{12}$ | $x-2y-3z+18=0$ |
| 13. $\frac{x-5}{-2} = \frac{y-2}{0} = \frac{z+4}{-1}$ | $2x-5y+4z+24=0$ |
| 14. $\frac{x-3}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z+3}{2}$ | $3x+4y+7z-16=0$ |
| 15. $\frac{x+3}{2} = \frac{y-1}{3} = \frac{z-1}{5}$ | $2x+3y+7z-52=0$ |
| 16. $\frac{x-3}{-1} = \frac{y-4}{5} = \frac{z-4}{2}$ | $7x+y+4z-47=0$ |
| 17. $\frac{x-2}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-4}{3}$ | $x+3y+5z-42=0$ |
| 18. $\frac{x+3}{1} = \frac{y-2}{-5} = \frac{z+2}{3}$ | $5x-y+4z+3=0$ |
| 19. $\frac{x+2}{-1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+3}{2}$ | $x+2y-z-2=0$ |
| 20. $\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{0} = \frac{z-1}{-1}$ | $3x+2y-4z-8=0$ |
| 21. $\frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+2}{3}$ | $4x+2y-z-11=0$ |
| 22. $\frac{x-2}{1} = \frac{y-2}{6} = \frac{z+3}{0}$ | $2x-3y-5z-7=0$ |
| 23. $\frac{x+2}{-1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+4}{-1}$ | $2x-y+3z+23=0$ |
| 24. $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{0} = \frac{z-4}{1}$ | $x-2y+4z-19=0$ |
| 25. $\frac{x-1}{-2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+1}{-1}$ | $x-2y+5z+17=0$ |

Задача №10. Найти точку M_1 симметричную точке M относительно прямой (для вариантов 1-10) или плоскости (для вариантов 11-25)

- | | |
|--------------------|--|
| 1. $M(0; -3; -2)$ | $\frac{x-1}{1} = \frac{y+\frac{3}{2}}{-1} = \frac{z}{1}$ |
| 2. $M(2; -1; 1)$ | $\frac{x-\frac{9}{2}}{1} = \frac{y+3}{-\frac{1}{2}} = \frac{z-2}{1}$ |
| 3. $M(1; 1; 1)$ | $\frac{x-2}{1} = \frac{y+\frac{3}{2}}{-2} = \frac{z-1}{1}$ |
| 4. $M(1; 2; 3)$ | $\frac{x-\frac{1}{2}}{0} = \frac{y+\frac{3}{2}}{-1} = \frac{z-\frac{3}{2}}{1}$ |
| 5. $M(1; 0; -1)$ | $\frac{x-3,5}{-2} = \frac{y-1,5}{2} = \frac{z}{0}$ |
| 6. $M(2; 1; 0)$ | $\frac{x-2}{0} = \frac{y+\frac{3}{2}}{-1} = \frac{z+\frac{1}{2}}{1}$ |
| 7. $M(-2; -3; 0)$ | $\frac{x+\frac{1}{2}}{1} = \frac{y+\frac{3}{2}}{0} = \frac{z-\frac{1}{2}}{1}$ |
| 8. $M(-1; 0; -1)$ | $\frac{x}{-1} = \frac{y-\frac{3}{2}}{0} = \frac{z-2}{1}$ |
| 9. $M(0; 2; 1)$ | $\frac{x-\frac{3}{2}}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z-2}{1}$ |
| 10. $M(3; -3; -1)$ | $\frac{x-6}{5} = \frac{y-3,5}{4} = \frac{z+0,5}{0}$ |
| 11. $M(-2; 0; 3)$ | $2x-2y+10z+1=0$ |
| 12. $M(-1; 0; 1)$ | $2x+4y-3=0$ |
| 13. $M(3; 3; 3)$ | $8x+6y+8z-25=0$ |
| 14. $M(-2; -3; 0)$ | $x+5y+4=0$ |
| 15. $M(3; -3; -1)$ | $2x-4y-4z-13=0$ |
| 16. $M(1; 0; -1)$ | $2y+4z-1=0$ |
| 17. $M(0; -3; -2)$ | $2x+10y+10z-1=0$ |
| 18. $M(1; 2; 3)$ | $2x+10y+10z-1=0$ |
| 19. $M(2; -1; 1)$ | $x-y+2z-2=0$ |
| 20. $M(1; 1; 1)$ | $x+4y+3z+5=0$ |

21. $M(2; 1; 0)$ $y+z+2=0$
22. $M(-1; 2; 0)$ $4x-5y-z-7=0$
23. $M(-1; 0; -1)$ $2x+6y-2z+11=0$
24. $M(1; 0; 1)$ $4x+6y+4z-25=0$
25. $M(2; -2; -3)$ $y+z+2=0$

Определители и матриц

1. Теоретическая часть

1. Определители: (минор, алгебраическое дополнение, основные теоремы и свойства определителей, методы вычисления определителей). Привести примеры.

2. Матрицы: (линейное преобразование трех переменных, матрицы невыраженные (не особые) и выраженные (особые), симметрические, равные).

Действия с матрицами:

- сумма,

- произведение числа m на матрицу A ,

- произведение двух матриц (AB) , (свойства произведения матриц),

- нулевая матрица,

- обратная матрица,

- матрица-столбец,

- произведение матрицы на матрицу-столбец,

- решение системы уравнения матричным способом (привести пример),

- ранг матрицы, эквивалентные матрицы. Эквивалентные преобразования матриц.

3. Исследование системы m линейных уравнений с n неизвестными (совместная, несовместная; определенная, неопределенная; базисные неизвестные, свободные неизвестные).

4. исследование однородной системы m линейных уравнений с n неизвестными.

5. решение систем методом Гаусса и Крамера.

2. Практическая часть.

Задача №1 Найти произведение матриц $A \cdot B$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 & -1 \\ 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 3 & 2 & 5 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} k1 & 2 & -1 \\ -1 & k2 & 3 \\ -2 & 4 & k3 \end{bmatrix}$$

вар	K1	K2	K3	вар	K1	K2	K3
1	-5	7	-3	14	2	-3	1
2	2	5	-3	15	3	4	3
3	-2	3	1	16	-2	7	3
4	4	3	-3	17	1	5	3
5	2	3	-2	18	2	3	4
6	4	-4	-3	19	3	1	2
7	-1	-2	3	20	2	5	3
8	2	-4	1	21	1	2	7
9	3	-5	2	22	-3	-4	4
10	5	2	-3	23	3	3	-4
11	1	3	-1	24	5	4	2
12	2	2	-1	25	3	-4	2
13	3	-4	5				

Задача №2 Вычислить определитель матрицы А.

$$1. \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 7 & 10 & 13 \\ 3 & 5 & 11 & 16 & 21 \\ 2 & -7 & 7 & 7 & 2 \\ 1 & 4 & 5 & 3 & 10 \end{vmatrix} \quad 2. \begin{vmatrix} 3 & 6 & 5 & 6 & 4 \\ 5 & 9 & 7 & 8 & 6 \\ 6 & 12 & 13 & 9 & 7 \\ 4 & 6 & 6 & 5 & 4 \\ 2 & 5 & 4 & 5 & 3 \end{vmatrix} \quad 3. \begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 & 2 & 6 \\ 0 & 1 & -2 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 1 & 2 & -1 \\ 1 & 5 & 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 4 & 2 & 1 \end{vmatrix}$$

$$4. \begin{vmatrix} 1 & 1 & 3 & 5 & 4 \\ 0 & 5 & 2 & 1 & 8 \\ 1 & 4 & 0 & -1 & 5 \\ 3 & 5 & 3 & 0 & 7 \\ 1 & 2 & -1 & 3 & 1 \end{vmatrix} \quad 5. \begin{vmatrix} -2 & 3 & 0 & -1 & 3 \\ 1 & 1 & 3 & 10 & -2 \\ 3 & 2 & 0 & 5 & -5 \\ 2 & 8 & -4 & -3 & 2 \\ 0 & -3 & -1 & 2 & 3 \end{vmatrix} \quad 6. \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 2 & 1 & 2 & 3 \\ 4 & 3 & 2 & 1 & 2 \\ 5 & 4 & 3 & 2 & 1 \end{vmatrix}$$

$$7. \begin{vmatrix} 5 & 9 & -2 & -4 & 5 \\ 2 & -3 & 4 & -3 & 3 \\ -5 & -7 & 2 & 4 & -2 \\ 4 & -5 & 8 & -6 & 8 \\ 6 & -5 & 2 & -3 & 7 \end{vmatrix} \quad 8. \begin{vmatrix} 3 & 4 & -3 & -1 & 2 \\ -5 & 6 & 5 & 2 & 3 \\ 4 & -9 & -3 & 7 & -5 \\ -1 & -4 & 1 & 1 & -2 \\ -3 & 7 & 5 & 2 & 3 \end{vmatrix} \quad 9. \begin{vmatrix} 1 & 4 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 8 & 7 & 10 & 13 \\ 2 & 5 & 6 & 13 & 11 \\ 2 & -2 & 7 & 7 & 2 \\ 1 & 8 & 5 & 3 & 10 \end{vmatrix}$$

$$10. \begin{vmatrix} 3 & 3 & 5 & 3 & 7 \\ 5 & 4 & 7 & 3 & 10 \\ 6 & 6 & 13 & 3 & 13 \\ 4 & 2 & 6 & 1 & 6 \\ 2 & 3 & 4 & 3 & 66 \end{vmatrix} \quad 11. \begin{vmatrix} 9 & 2 & -1 & 3 & 10 \\ 2 & 6 & -1 & 0 & 1 \\ 1 & 3 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 6 & 5 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 4 & 2 & 3 \end{vmatrix} \quad 12. \begin{vmatrix} 4 & 5 & 6 & 5 & 11 \\ 1 & 4 & 2 & 0 & 13 \\ 1 & 1 & 0 & -1 & 5 \\ 3 & 2 & 3 & 0 & 7 \\ 4 & 1 & 2 & 3 & 8 \end{vmatrix}$$

$$13. \begin{vmatrix} -4 & 1 & 2 & -2 & 1 \\ -4 & 4 & 2 & -1 & -4 \\ 2 & -3 & 1 & -3 & 1 \\ -1 & -1 & 2 & -1 & 0 \\ -1 & 3 & 3 & 1 & 5 \end{vmatrix} \quad 14. \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 4 & 5 & 1 \\ 3 & 4 & 5 & 1 & 2 \\ 4 & 5 & 1 & 2 & 3 \\ 5 & 1 & 2 & 3 & 4 \end{vmatrix} \quad 15. \begin{vmatrix} 2 & 1 & 4 & 3 & 5 \\ 5 & 5 & 4 & 8 & 5 \\ 3 & 4 & 5 & 2 & 1 \\ 1 & 5 & 2 & 4 & 3 \\ 5 & 11 & 2 & 11 & 3 \end{vmatrix}$$

$$16. \begin{vmatrix} 7 & 2 & 1 & 3 & 4 \\ 8 & 2 & 3 & 3 & 7 \\ 10 & 2 & 5 & 3 & 11 \\ 6 & 3 & 2 & 4 & 5 \\ 5 & 1 & 2 & 2 & 3 \end{vmatrix} \quad 17. \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 8 & 3 & 8 & 6 \\ 2 & 4 & 1 & 3 & 5 \\ 1 & 3 & 5 & 2 & 4 \\ 1 & 8 & 5 & 5 & 6 \end{vmatrix} \quad 18. \begin{vmatrix} 2 & -1 & 3 & 4 & -5 \\ 4 & -2 & 7 & 8 & -7 \\ -6 & 4 & -9 & -2 & 3 \\ 3 & -2 & 4 & 1 & -2 \\ -2 & 6 & 5 & 4 & -3 \end{vmatrix}$$

$$19. \begin{vmatrix} -4 & 1 & 2 & -2 & 1 \\ -4 & 4 & 2 & -1 & -4 \\ 2 & -3 & 1 & -3 & 1 \\ -1 & -1 & 2 & -1 & 0 \\ -1 & 3 & 3 & 1 & 5 \end{vmatrix} \quad 20. \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 4 & 5 & 1 \\ 3 & 4 & 5 & 1 & 2 \\ 4 & 5 & 1 & 2 & 3 \\ 5 & 1 & 2 & 3 & 4 \end{vmatrix} \quad 21. \begin{vmatrix} 2 & 1 & 4 & 3 & 5 \\ 5 & 5 & 4 & 8 & 5 \\ 3 & 4 & 5 & 2 & 1 \\ 1 & 5 & 2 & 4 & 3 \\ 5 & 11 & 2 & 11 & 3 \end{vmatrix}$$

$$22. \begin{vmatrix} 7 & 2 & 1 & 3 & 4 \\ 8 & 2 & 3 & 3 & 7 \\ 10 & 2 & 5 & 3 & 11 \\ 6 & 3 & 2 & 4 & 5 \\ 5 & 1 & 2 & 2 & 3 \end{vmatrix} \quad 23. \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 8 & 3 & 8 & 6 \\ 2 & 4 & 1 & 3 & 5 \\ 1 & 3 & 5 & 2 & 4 \\ 1 & 8 & 5 & 5 & 6 \end{vmatrix} \quad 24. \begin{vmatrix} 2 & -1 & 3 & 4 & -5 \\ 4 & -2 & 7 & 8 & -7 \\ -6 & 4 & -9 & -2 & 3 \\ 3 & -2 & 4 & 1 & -2 \\ -2 & 6 & 5 & 4 & -3 \end{vmatrix}$$

$$25. \begin{vmatrix} 3 & 3 & 5 & 7 & 9 \\ 2 & 1 & 2 & 3 & 4 \\ 5 & 3 & 3 & 5 & 7 \\ 4 & 3 & 2 & 1 & 2 \\ 3 & 7 & 5 & 3 & 3 \end{vmatrix}$$

Задача №3 Дана матрица A . Найти матрицу A^{-1} и установить, что $A \cdot A^{-1} = E$

$$1. \begin{pmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix} \quad 2. \begin{pmatrix} 4 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & 2 \end{pmatrix} \quad 3. \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 4 & 6 & 5 \\ 3 & 5 & 4 \end{pmatrix} \quad 4. \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 6 \end{pmatrix}$$

$$5. \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 4 \end{pmatrix} \quad 6. \begin{pmatrix} 17 & 10 & 4 \\ 1 & 1 & 0 \\ 2 & -3 & 3 \end{pmatrix} \quad 7. \begin{pmatrix} 3 & 3 & 2 \\ 4 & 3 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix} \quad 8. \begin{pmatrix} 2 & 1 & 4 \\ 3 & 2 & 4 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

$$9. \begin{pmatrix} 4 & 2 & -1 \\ 5 & 3 & -2 \\ 3 & 2 & -1 \end{pmatrix} \quad 10. \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 3 & 2 & -4 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix} \quad 11. \begin{pmatrix} 2 & 2 & 7 \\ -3 & -2 & 5 \\ 4 & 3 & -1 \end{pmatrix}$$

$$12. \begin{pmatrix} 6 & -3 & 4 \\ 4 & 4 & -3 \\ 1 & -4 & 4 \end{pmatrix} \quad 13. \begin{pmatrix} 3 & 4 & 4 \\ -2 & 4 & 3 \\ 4 & 5 & 5 \end{pmatrix} \quad 14. \begin{pmatrix} 2 & 3 & 2 \\ 2 & 4 & 1 \\ 3 & 2 & 6 \end{pmatrix}$$

$$15. \begin{pmatrix} 6 & 5 & 5 \\ 2 & 6 & 7 \\ -3 & 2 & 3 \end{pmatrix} \quad 16. \begin{pmatrix} 4 & 5 & 5 \\ 4 & 5 & 4 \\ 3 & 4 & 5 \end{pmatrix} \quad 17. \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 5 & 3 & -2 \\ 2 & 1 & -5 \end{pmatrix}$$

$$18. \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 4 & -5 & -2 \\ 3 & 2 & 5 \end{pmatrix} \quad 19. \begin{pmatrix} 3 & 1 & 3 \\ 5 & -2 & 2 \\ 2 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

$$20. \begin{pmatrix} 4 & 4 & 1 \\ 1 & 3 & 4 \\ 2 & 5 & 6 \end{pmatrix} \quad 21. \begin{pmatrix} 5 & 3 & 1 \\ 1 & -5 & -2 \\ -5 & 2 & 1 \end{pmatrix} \quad 22. \begin{pmatrix} 2 & -3 & 1 \\ 4 & -5 & 2 \\ 5 & -7 & 3 \end{pmatrix}$$

$$23. \begin{pmatrix} 2 & 6 & 3 \\ 3 & 2 & 3 \\ 4 & 3 & 4 \end{pmatrix} \quad 24. \begin{pmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 4 & -3 & 3 \\ 3 & 0 & 2 \end{pmatrix} \quad 25. \begin{pmatrix} 4 & 3 & -3 \\ 2 & 3 & -2 \\ 5 & 5 & -4 \end{pmatrix}$$

Задача №4 Решить систему уравнений методом Гаусса.(Найти общее решение).

$$1. \begin{cases} x_1 + x_2 + 3x_3 - 2x_4 + 3x_5 = 4 \\ 2x_1 + 2x_2 + 4x_3 - 1x_4 + 3x_5 = 6 \\ 3x_1 + 3x_2 + 5x_3 - 2x_4 + 3x_5 = 6 \\ 2x_1 + 2x_2 + 8x_3 - 3x_4 + 9x_5 = 14 \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} 5x_1 + 7x_2 + 4x_3 + 6x_4 + 6x_5 = 2 \\ 15x_1 + 30x_2 + 7x_3 + 8x_4 + 3x_5 = -13 \\ 9x_1 + 6x_2 + 5x_3 + 8x_4 + 9x_5 = 9 \\ 6x_1 + 9x_2 + 3x_3 + 4x_4 + 3x_5 = -1 \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} 6x_1 + 5x_2 + 7x_3 - 5x_4 + 3x_5 = 6 \\ 14x_1 + 5x_2 + 3x_3 - 9x_4 - x_5 = 2 \\ 4x_1 + 5x_2 + 8x_3 - 4x_4 + 4x_5 = 7 \\ 8x_1 + 5x_2 + 4x_3 - 7x_4 + 2x_5 = 2 \end{cases}$$

$$4. \begin{cases} 15x_1 + 2x_2 + 4x_3 - 3x_4 + 9x_5 = 23 \\ 3x_1 + 2x_2 + 5x_3 - 2x_4 + 6x_5 = -8 \\ 3x_1 + 6x_2 + 2x_3 - x_4 + 3x_5 = 1 \\ 9x_1 + 4x_2 + 3x_3 - 2x_4 + 6x_5 = 12 \end{cases}$$

$$5. \begin{cases} 13x_1 - 4x_2 - x_3 - 4x_4 - 6x_5 = 8 \\ 11x_1 - 2x_2 + x_3 - 2x_4 - 3x_5 = 7 \\ 5x_1 + 4x_2 + 7x_3 + 4x_4 + 6x_5 = 4 \\ 7x_1 + 2x_2 + 5x_3 + 2x_4 + 3x_5 = 5 \end{cases}$$

$$6. \begin{cases} 3x_1 - x_2 + 3x_3 + 2x_4 + 5x_5 = 6 \\ 5x_1 - 3x_2 + 2x_3 + 3x_4 + 4x_5 = 7 \\ x_1 - 3x_2 - 5x_3 - 7x_4 - 7x_5 = -4 \\ 7x_1 - 5x_2 + 1x_3 + 1x_4 + 1x_5 = 6 \end{cases}$$

$$7. \begin{cases} -x_1 + 3x_2 + 3x_3 + 4x_4 + 5x_5 = 7 \\ 6x_1 + 2x_2 + 2x_3 - x_4 = -2 \\ -3x_1 + x_2 + x_3 + 2x_4 + 3x_5 = 5 \\ 211 + 3x_2 + 3x_3 + x_4 + -x_5 = -5 \end{cases}$$

$$8. \begin{cases} 2x_1 - 2x_2 + x_3 - 2x_4 + 3x_5 = 1 \\ 1x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 - 2x_5 = 1 \\ 34 - 10x_2 + 5x_3 - 5x_4 + 7x_5 = \\ 2x_1 - 14x_2 + 7x_3 - 7x_4 + 11x_5 = -1 \end{cases}$$

$$9. \begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 - x_4 + x_5 = 1 \\ 1x_1 - x_2 + x_3 + x_4 - 2x_5 = 0 \\ 3x_1 + 3x_2 - 3x_3 - 3x_4 + 4x_5 = 2 \\ 4x_1 + 5x_2 - 5x_3 - 5x_4 + 7x_5 = 3 \end{cases}$$

$$10. \begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_3 - x_4 + x_5 = 0 \\ 2x_1 + x_2 - x_3 + 2x_4 - 3x_5 = 1 \\ 3x_1 - 2x_2 - x_3 + x_4 - 2x_5 = -1 \\ 2x_1 - 5x_2 + x_3 - 2x_4 + 2x_5 = -2 \end{cases}$$

$$11. \begin{cases} 2x_1 + x_2 + x_3 - 2x_4 + 4x_5 = 1 \\ 13x_1 + 8x_2 + 4x_3 - 3x_4 + 6x_5 = 9 \\ 5x_1 + 4x_2 + 2x_3 - 3x_4 + 6x_5 = 3 \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 + 2x_5 = 2 \end{cases}$$

$$12. \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + x_3 + 6x_4 + 9x_5 = 2 \\ x_2 - 2x_3 - 2x_4 + 3x_5 = -7 \\ 2x_1 + x_2 + 4x_3 + 2x_4 + 3x_5 = 3 \\ 3x_1 + 2x_2 + 5x_3 + 4x_4 + 6x_5 = 2 \end{cases}$$

$$13. \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 7x_3 - x_4 + 2x_5 = 1 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 - 2x_4 + 4x_5 = 0 \\ 3x_1 + 2x_2 + 1x_3 - 2x_4 + 4x_5 = 4 \\ 4x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 3x_4 + 6x_5 = 5 \end{cases}$$

$$14. \begin{cases} 2x_1 - 1x_2 + 3x_3 + 4x_4 - x_5 = -1 \\ x_1 + 2x_2 - 3x_3 + x_4 + 2x_5 = 1 \\ 5x_1 - 5x_2 + 12x_3 + 11x_4 - 4x_5 = -4 \\ x_1 + 3x_2 + 6x_3 + 3x_4 - 3x_5 = 2 \end{cases}$$

$$15. \begin{cases} x_1 + x_2 - 3x_3 - x_5 = -2 \\ 1x_1 + x_2 + 2x_3 - x_4 = 1 \\ 4x_1 + 2x_2 + 6x_3 + 3x_4 - 4x_5 = 7 \\ 2x_1 - 4x_2 - 2x_3 + 4x_4 - 7x_5 = 1 \end{cases}$$

$$16. \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 - 2x_4 + x_5 = 4 \\ 3x_1 + 6x_2 + 5x_3 - 4x_4 + 3x_5 = 5 \\ x_1 + 2x_2 + 7x_3 - 4x_4 + x_5 = 11 \\ 2x_1 + 4x_2 + 2x_3 - 3x_4 + 3x_5 = 6 \end{cases}$$

$$17. \begin{cases} 9x_1 + 7x_2 + 5x_3 + 6x_4 + 9x_5 = 10 \\ 8x_1 + 4x_2 + 2x_4 + 3x_5 = 5 \\ 5x_1 + 3x_2 + x_3 + 2x_4 + 3x_5 = 4 \\ 7x_1 + 5x_2 + 3x_3 + 4x_4 + 6x_5 = 7 \end{cases}$$

$$18. \begin{cases} 6x_1 + x_2 - 3x_3 + 9x_4 + 5x_5 = 0 \\ 6x_1 + 5x_2 - 3x_3 + 9x_4 + 7x_5 = 6 \\ 2x_1 + 4x_2 - x_3 + 3x_4 + 2x_5 = 4 \\ 4x_1 + 7x_2 - 2x_3 + 6x_4 + 5x_5 = 8 \end{cases}$$

$$19. \begin{cases} x_1 - 4x_2 - 4x_3 + 1x_4 - 3x_5 = -3 \\ x_1 + 7x_2 + 6x_3 - 2x_4 + 6x_5 = 2 \\ 9x_1 + 8x_2 + 4x_3 - 3x_4 + 9x_5 = -7 \\ 7x_1 + 5x_2 + 2x_3 - 2x_4 + 6x_5 = -6 \end{cases}$$

$$20. \begin{cases} 5x_1 + 6x_2 + x_3 + 10x_4 + 7x_5 = 3 \\ 5x_1 + 1x_2 + 2x_3 + 5x_4 + 4x_5 = 7 \\ 4x_1 + 3x_2 + x_3 + 7x_4 + 5x_5 = 4 \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 + 4x_4 + 3x_5 = 3 \end{cases}$$

$$21. \begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 - 3x_4 + 2x_5 = 3 \\ 2x_1 + 1x_2 + x_3 + x_4 - 3x_5 = 2 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 + 2x_4 - 2x_5 = 4 \\ 2x_1 + 3x_2 - 5x_3 - 17x_4 + 10x_5 = -7 \end{cases}$$

$$22. \begin{cases} 3x_1 + x_2 - 2x_3 + 1x_4 - x_5 = 4 \\ 2x_1 - x_2 + 7x_3 - 3x_4 + 5x_5 = 6 \\ x_1 + 3x_2 - 2x_3 + 5x_4 - 7x_5 = 2 \\ 3x_1 - 2x_2 + 7x_3 - 5x_4 + 8x_5 = 5 \end{cases}$$

$$23. \begin{cases} x_1 + 2x_2 - 3x_3 + x_5 = 2 \\ 1x_1 - 1x_2 - x_3 - 4x_4 - 3x_5 = -4 \\ 2x_1 + 3x_2 + 2x_3 - 5x_4 + 2x_5 = 1 \\ x_1 - 2x_2 - x_3 - 3x_4 - 5x_5 = -7 \end{cases}$$

$$24. \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 - 4x_4 + 2x_5 = 0 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 - x_5 = 1 \\ x_1 - x_2 + 2x_3 - 3x_4 = -1 \\ x_2 - 3x_3 + x_4 - 2x_5 = -1 \end{cases}$$

$$25. \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 5x_3 - 4x_4 + x_5 = 3 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 + 5x_5 = 8 \\ 3 + 7x_2 + 8x_3 - 11x_4 - 3x_5 = -2 \\ 2x_1 + 3x_2 + 5x_3 - 4x_4 + x_5 = 3 \end{cases}$$

Задача №5 Найти общее решение системы уравнений.

$$1. \begin{cases} 3x_1 + x_2 - 4x_3 + 2x_4 + x_5 = 0 \\ 2x_1 + 2x_2 - 3x_3 - 7x_4 + 2x_5 = 0 \\ x_1 + 11x_2 + 34x_4 - 5x_5 = 0 \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} 7x_1 + 2x_2 - x_3 - 2x_4 + 2x_5 = 0 \\ x_1 - 3x_2 + x_3 - x_4 - x_5 = 0 \\ 2x_1 + 3x_2 + 2x_3 + x_4 + x_5 = 0 \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} x_1 + 1x_2 + 10x_3 + 1x_4 - x_5 = 0 \\ 5x_1 - x_2 + 8x_3 - 2x_4 + 2x_5 = 0 \\ 3x_1 - 3x_2 - 12x_3 - x_4 + 4x_5 = 0 \end{cases}$$

$$4. \begin{cases} x_1 - 9x_2 + 21x_3 - 3x_4 - 12x_5 = 0 \\ -4x_1 + 6x_2 - 14x_3 + 2x_4 + 8x_5 = 0 \\ 2x_1 - 3x_2 + 7x_3 - x_4 - 4x_5 = 0 \end{cases}$$

$$5. \begin{cases} 2x_1 - x_2 + 2x_3 - x_4 + x_5 = 0 \\ x_1 + 10x_2 - 3x_3 - 2x_4 - x_5 = 0 \\ 4x_1 + 9x_2 - 4x_3 - 5x_4 - x_5 = 0 \end{cases}$$

$$6. \begin{cases} 5x_1 - 2x_2 + 9x_3 - 4x_4 - 1x_5 = 0 \\ 1x_1 + 4x_2 + 2x_3 + 2x_4 - 5x_5 = 0 \\ 6x_1 + 2x_2 + 11x_3 - 2x_4 - 6x_5 = 0 \end{cases}$$

$$7. \begin{cases} 12x_1 - x_2 + 7x_3 + 11x_4 - x_5 = 0 \\ 24x_1 - 2x_2 + 14x_3 + 22x_4 - 2x_5 = 0 \\ x_1 - x_2 + x_3 - x_4 + 2x_5 = 0 \end{cases}$$

$$8. \begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 + 4x_4 + 1x_5 = 0 \\ 2x_1 + 1x_2 + 3x_3 + x_4 - 5x_5 = 0 \\ 1x_1 + 3x_2 - 7x_3 + 6x_4 - x_5 = 0 \end{cases}$$

$$9. \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 3x_3 - 3x_4 - 1x_5 = 0 \\ x_1 + 6x_2 - x_3 + 1x_4 + 2x_5 = 0 \\ 1x_1 + 16x_2 - 6x_3 + 6x_4 + 7x_5 = 0 \end{cases}$$

$$10. \begin{cases} x_1 - 2x_2 - x_3 + x_4 - x_5 = 0 \\ x_1 + x_2 - 2x_3 - x_4 + x_5 = 0 \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 = 0 \end{cases}$$

$$11. \begin{cases} 8x_1 + x_2 + x_3 - x_4 + 2x_5 = 0 \\ 3x_1 - 3x_2 - 2x_3 + x_4 - 3x_5 = 0 \\ 5x_1 + 4x_2 + 3x_3 - 2x_4 + 5x_5 = 0 \end{cases}$$

$$12. \begin{cases} x_1 - 3x_2 - x_3 + 12x_4 - x_5 = 0 \\ 2x_1 + 2x_2 + x_3 - 10x_4 + x_5 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 2x_4 = 0 \end{cases}$$

$$13. \begin{cases} 7x_1 - 14x_2 + 3x_3 - x_4 + 1x_5 = 0 \\ 1x_1 - 2x_2 + x_3 - 3x_4 + 7x_5 = 0 \\ 5x_1 - 10x_2 + x_3 + 5x_4 - 13x_5 = 0 \end{cases}$$

$$14. \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 1x_4 - 12x_5 = 0 \\ 2x_1 - 2x_2 - 6x_3 - 4x_4 + 8x_5 = 0 \\ 3x_1 - 2x_2 + 3x_3 + 3x_4 - 4x_5 = 0 \end{cases}$$

$$15. \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 - x_4 - x_5 = 0 \\ 2x_1 + x_2 - 2x_3 - x_4 - 2x_5 = 0 \\ x_1 + 2x_2 + 5x_3 - 2x_4 - 5x_5 = 0 \end{cases}$$

$$16. \begin{cases} 2x_1 + 2x_2 - 2x_3 + x_4 - 3x_5 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 - x_4 + 2x_5 = 0 \\ x_1 - 3x_2 + 4x_3 - 2x_4 + 5x_5 = 0 \end{cases}$$

$$17. \begin{cases} x_1 + 2x_2 - 3x_3 + 10x_4 - 1x_5 = 0 \\ -x_1 - 2x_2 + 3x_3 + 10x_4 + x_5 = 0 \\ x_1 + 6x_2 - 9x_3 + 30x_4 - 3x_5 = 0 \end{cases}$$

$$18. \begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 + 7x_4 + 5x_5 = 0 \\ x_1 - 2x_2 + 3x_3 - 5x_4 - 7x_5 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 + 2x_4 - 2x_5 = 0 \end{cases}$$

$$19. \begin{cases} 2x_1 - 2x_2 - 3x_3 - 7x_4 + 2x_5 = 0 \\ x_1 + 11x_2 + 34x_4 - 5x_5 = 0 \\ x_1 - 5x_2 - 2x_3 - 16x_4 + 3x_5 = 0 \end{cases}$$

$$20. \begin{cases} 3x_1 + x_2 - 8x_3 + 2x_4 + x_5 = 0 \\ x_1 - 11x_2 + 12x_3 - 5x_5 = 0 \\ x_1 - 5x_2 + 2x_3 + x_4 + 3x_5 = 0 \end{cases}$$

$$21. \begin{cases} x_1 + 3x_2 - 5x_3 + 9x_4 - x_5 = 0 \\ 2x_1 + 7x_2 - 3x_3 - 7x_4 + 2x_5 = 0 \\ x_1 + 4x_2 + 2x_3 - 16x_4 + 3x_5 = 0 \end{cases}$$

$$22. \begin{cases} 5x_1 + 2x_2 - x_3 + 3x_4 + 4x_5 = 0 \\ 3x_1 + x_2 - 3x_3 + 3x_4 + 5x_5 = 0 \\ 6x_1 + 3x_2 - 2x_3 + 4x_4 + 5x_5 = 0 \end{cases}$$

$$23. \begin{cases} 3x_1 + 2x_2 - 2x_3 - x_4 + 4x_5 = 0 \\ 7x_1 + 5x_2 - 3x_3 - 2x_4 + x_5 = 0 \\ x_1 + x_2 + x_3 - 7x_5 = 0 \end{cases}$$

$$24. \begin{cases} 6x_1 + 3x_2 - 2x_3 + 4x_4 + 7x_5 = 0 \\ 7x_1 + 4x_2 - 3x_3 + 2x_4 + 4x_5 = 0 \\ x_1 + x_2 - x_3 + 2x_4 - 3x_5 = 0 \end{cases}$$

$$25. \begin{cases} 3x_1 - 5x_2 + 2x_3 + 5x_4 = 0 \\ 7x_1 - 4x_2 + x_3 + 3x_4 = 0 \\ 5x_1 + 7x_2 - 4x_3 - 9x_4 = 0 \end{cases}$$

Задача №6 Определить ранг матрицы (Задание общее для всех)

$$1. A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 6 \\ 2 & 3 & 1 & 6 \\ 3 & 1 & 2 & 6 \end{pmatrix}$$

$$2. A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 3 & 0 \end{pmatrix}$$

$$3. A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 2 & 6 & 8 \\ 1 & 2 & 1 & 3 & 4 \end{pmatrix}$$

Пределы, сравнение бесконечно малых

Теоретическая часть:

I. Пределы:

1. Определение предела последовательности.
2. Определение предела функции.
3. Бесконечно большие, бесконечно малые функции. Ограниченные функции.
4. Левый и правый предел функции $f(x)$ в т.
5. Основные теоремы о пределах.
6. Замечательные пределы (с выводом):

$$1^0. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$$

$$2^0. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = \lim_{\alpha \rightarrow 0} (1 + \alpha)^{\frac{1}{\alpha}} = e$$

$$3^0. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{x} = 1$$

$$4^0. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x - 1}{x} = \ln a$$

$$5^0. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+x)^m - 1}{x} = m$$

7. Непрерыв функции. Свойства непрерывных функций (3 теоремы).

II. Бесконечно малые.

1. Определение бесконечно малой величины.
2. Эквивалентность, порядок малости. (Различные случаи). Сравнение бесконечно малых величин.
3. Свойства бесконечно малых величин.
4. Эквивалентность бесконечно малых при $x \rightarrow 0$ основных функций.
5. Вычисление пределов с использованием эквивалентности бесконечно малых величин.

Задача №1

$$1. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2n+3)}{(2n-2)^{48}(n+3)^2} \quad 2. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{2}{n}\right)^n \quad 3. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{2}{3n}\right)^{n+3}$$

$$4. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n}{n-3}\right)^n \quad 5. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4^n + 3^n}{4^n - 3^n} \quad 6. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3x^2}{1-x^2} + 2^{\frac{1}{x}}$$

$$7. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - 3}{\sqrt{x^6 + 2x - 3}} \quad 8. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(3^n - 5)^{60}}{4^n - 3^n} \quad 9. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{6}{n}\right)^n$$

$$10. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{3}{4n}\right)^{n-2} \quad 11. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n}{n-2}\right)^n \quad 12. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{6}{n}\right)^n$$

$$13. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n - 5^n}{2^n + 5^n} \quad 14. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5x^4 - 4}{\sqrt{x^8 + 3x^4 - x}} \quad 15. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2x - 2}{\ln x}$$

$$16. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x}{\sqrt{1 + 2x} - 1} \quad 17. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[4]{x} - 1}{\sqrt[3]{x} - 1} \quad 18. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{e^x}{\ln(1 + 2x)}$$

$$19. \lim_{n \rightarrow \infty} (1 - 4x)^{\frac{1-x}{x}} \quad 20. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x - \arctg x}{2x^3} \quad 21. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\ln x}{\operatorname{ctg} x}$$

$$22. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\operatorname{tg} x - \sin x}{x - \sin x} \quad 23. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x - \arctg x}{x^3} \quad 24. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 - \cos 2x}{x \sin x}$$

$$25. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sin 4x}{\sqrt{x+1} - 1}$$

Задача №2

$$1. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n+1}{n-1}\right)^n \quad 2. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n^2-1}{n^2}\right)^{n^4} \quad 3. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n^2+2}{2n^2+1}\right)^{n^2}$$

$$4. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n^2-3n+6}{n^2+5n+1}\right)^{\frac{n}{2}} \quad 5. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{6n-7}{6n+4}\right)^{3n+2} \quad 6. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n^2+n+1}{n^2+n-1}\right)^{-n^2}$$

$$7. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n-1}{n+1}\right)^{n^2} \quad 8. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3n+1}{3n-1}\right)^{2n+3} \quad 9. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n+3}{n+5}\right)^{n+4}$$

$$10. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n^2+21n-7}{2n^2+18n+9}\right)^{2n+1} \quad 11. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3n^2-5n}{3n^2-5n+7}\right)^{n+1} \quad 12. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n^2-6n+5}{n^2-5n+5}\right)^{3n+2}$$

$$13. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n+5}{n-7}\right)^{\frac{n}{6}+1} \quad 14. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{13n+3}{13n-10}\right)^{n-3} \quad 15. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n-1}{2n+1}\right)^{n+1}$$

$$16. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n+4}{n+2}\right)^n \quad 17. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n+3}{n+1}\right)^{-n^2} \quad 18. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{10n-3}{10n-1}\right)^{5n}$$

$$19. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n^3+1}{n^3-1}\right)^{2n-n^3} \quad 20. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n^2+7n-1}{5n^2+3n-1}\right)^{-n^3} \quad 21. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{5n^2+3n-1}{5n^2+3n+3}\right)^{n^3}$$

$$22. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n^2+5n+7}{2n^2+5n+3}\right)^n \quad 23. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3n^2+4n-1}{3n^2+2n+7}\right)^{2n+5} \quad 24. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n-10}{n+1}\right)^{3n+1}$$

$$25. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3n^2-6n+7}{3n^2+20n-1}\right)^{-n+1}$$

Задача №3

$$1. \lim_{n \rightarrow -3} \frac{x^3 + 7x^2 + 15x + 9}{x^3 + 8x^2 + 21x + 18} \quad 2. \lim_{n \rightarrow -3} \frac{x^3 - 4x^2 - 3x + 18}{x^3 - 5x^2 + 3x + 9} \quad 3. \lim_{n \rightarrow -1} \frac{x^2 - 1}{2x^2 - x - 1}$$

$$4. \lim_{n \rightarrow 0} \frac{(1+x)^3 - (1+3x)}{x^2 + x^5} \quad 5. \lim_{n \rightarrow -3} \frac{x^2 + 2x - 3}{x^3 + 4x^2 + 3x} \quad 6. \lim_{n \rightarrow -1} \frac{x^2 + 3x + 2}{x^3 + 2x^2 - x - 2}$$

$$\begin{aligned}
7. \lim_{n \rightarrow 1} \frac{x^2 - 2x + 1}{x^3 - x^2 - x + 1} & \quad 8. \lim_{n \rightarrow 2} \frac{x^3 - 3x - 2}{x - 2} & \quad 9. \lim_{n \rightarrow -2} \frac{x^3 - 5x^2 + 8x - 4}{x^3 + 7x^2 + 16x + 12} \\
10. \lim_{n \rightarrow 2} \frac{x^3 - 5x^2 + 8x - 4}{x^3 - 3x^2 + 4} & \quad 11. \lim_{n \rightarrow 1} \frac{x^4 - 1}{2x^4 - x^2 - 1} & \quad 12. \lim_{n \rightarrow 1} \frac{x^3 + x^2 - 5x + 3}{x^3 - x^2 - x + 1} \\
13. \lim_{n \rightarrow -1} \frac{x^3 + 5x^2 + 7x + 3}{x^3 + 4x^2 + 5x + 2} & \quad 14. \lim_{n \rightarrow 1} \frac{x^2 - 2x + 1}{x^2 - x - 1} & \quad 15. \lim_{n \rightarrow -1} \frac{(x^3 - 2x - 1)^2}{x^4 + 2x + 1} \\
16. \lim_{n \rightarrow 1} \frac{(2x^2 - x - 1)^2}{x^3 + 2x^2 - x - 2} & \quad 17. \lim_{n \rightarrow -1} \frac{x^3 - 3x - 2}{x + x^2} & \quad 18. \lim_{n \rightarrow -1} \frac{(x^3 - 2x - 1)(x + 1)}{x^4 + 4x^2 - 5} \\
19. \lim_{n \rightarrow -1} \frac{(x^2 + 3x + 2)^2}{x^3 + 2x^2 - x - 2} & \quad 20. \lim_{n \rightarrow -3} \frac{(x^2 + 2x - 3)^2}{x^3 + 4x^2 + 3x} & \quad 21. \lim_{n \rightarrow 0} \frac{(1+x)^3 - (1+3x)}{x + x^5} \\
22. \lim_{n \rightarrow -1} \frac{x^3 - 3x - 2}{x^2 - x - 2} & \quad 23. \lim_{n \rightarrow 1} \frac{x^3 - 3x + 2}{x^3 - x^2 - x + 1} & \quad 24. \lim_{n \rightarrow -1} \frac{x^3 + 4x^2 + 5x + 2}{x^3 - 3x - 2} \\
25. \lim_{n \rightarrow -2} \frac{x^3 + 5x^2 + 8x + 4}{x^3 + 3x^2 - 4}
\end{aligned}$$

Задача №4

$$\begin{aligned}
1. \lim_{n \rightarrow 4} \frac{\sqrt{1+2x}-3}{\sqrt{x}} - 2 & \quad 2. \lim_{n \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x-1}}{\sqrt[3]{x^2-1}} & \quad 3. \lim_{n \rightarrow -2} \frac{\sqrt[3]{x-6}+2}{x^3+8} \\
4. \lim_{n \rightarrow 8} \frac{\sqrt{9+2x}-5}{\sqrt[3]{x}-2} & \quad 5. \lim_{n \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{8+3x+x^2}-2}{x+x^2} & \quad 6. \lim_{n \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{9x}-3}{\sqrt{1+x}-\sqrt{2x}} \\
7. \lim_{n \rightarrow 2} \frac{\sqrt[3]{4x}-22}{\sqrt{2+x}-\sqrt{2x}} & \quad 8. \lim_{n \rightarrow 3} \frac{\sqrt[3]{9x}-3}{\sqrt{3+x}-\sqrt{2x}} & \quad 9. \lim_{n \rightarrow 4} \frac{\sqrt[3]{16x}-4}{\sqrt{4+x}-\sqrt{2x}} \\
10. \lim_{n \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{27+x}-\sqrt[3]{27-x}}{\sqrt[3]{x^2}+\sqrt[3]{x}} & \quad 11. \lim_{n \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1-2x+3x^2}-(1+x)}{\sqrt[3]{x}} & \quad 12. \lim_{n \rightarrow 8} \frac{\sqrt{9+2x}-5}{\sqrt[3]{x}-2} \\
13. \lim_{n \rightarrow 16} \frac{\sqrt[4]{x}-2}{\sqrt[3]{(x-4)^2}} & \quad 14. \lim_{n \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt[3]{x^2-16}} & \quad 15. \lim_{n \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+13}-2\sqrt{x+1}}{\sqrt[3]{x}} \\
16. \lim_{n \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+13}-2\sqrt{x+1}}{\sqrt[3]{x^2-9}} & \quad 17. \lim_{n \rightarrow -8} \frac{\sqrt{1-x}-3}{2+\sqrt[3]{x}} & \quad 18. \lim_{n \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+13}-2\sqrt{x+1}}{x^2-9} \\
19. \lim_{n \rightarrow 16} \frac{\sqrt[4]{x}-2}{\sqrt{x}-4} & \quad 20. \lim_{n \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1-2x+x^2}-(1+x)}{x} & \quad 21. \lim_{n \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}}{\sqrt[3]{1+x}-\sqrt[3]{1-x}} \\
22. \lim_{n \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x}-1}{x^2-1} & \quad 23. \lim_{n \rightarrow -2} \frac{\sqrt[3]{x-6}+2}{x+2} & \quad 24. \lim_{n \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}}{\sqrt{x}} \\
25. \lim_{n \rightarrow -8} \frac{10-x-6\sqrt{1-x}}{2+\sqrt[3]{x}}
\end{aligned}$$

Задача №5

1. $\lim_{n \rightarrow \pi} \frac{\sin 5x}{\operatorname{tg} 3x}$
2. $\lim_{n \rightarrow \pi} \frac{\cos 3x - \cos x}{\operatorname{tg}^2 x - 2x}$
3. $\lim_{n \rightarrow \pi} \frac{1 + \cos 3x}{\sin^2 7x}$
4. $\lim_{n \rightarrow 1} \frac{1 + \cos \pi x}{\operatorname{tg}^2 \pi x}$
5. $\lim_{n \rightarrow \pi} \frac{\sin^2 x - \operatorname{tg}^2 x}{(x - \pi)^4}$
6. $\lim_{n \rightarrow \pi} \frac{\cos 5x - \cos 3x}{\sin^2 x}$
7. $\lim_{n \rightarrow \pi} \frac{\sin 7\pi x}{\sin 8\pi x}$
8. $\lim_{n \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2 - 3x + 3} - 1}{\sin \pi x}$
9. $\lim_{n \rightarrow 1} \frac{3^{5x-3} - 3^{2x^2}}{\sin 8\pi x}$
10. $\lim_{n \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\ln x - \ln \pi}{\sin\left(\frac{5x}{2}\right) \cos x}$
11. $\lim_{n \rightarrow \pi} \frac{e^\pi - e^x}{\sin 5x - \sin\left(\frac{1}{x}\right)}$
12. $\lim_{n \rightarrow 2} \frac{1 - 2^{4-x^2}}{2(\sqrt{2x} - \sqrt{3x^2 - 5x + 2})}$
13. $\lim_{n \rightarrow -2} \frac{\operatorname{tg} \pi x}{1+x}$
14. $\lim_{n \rightarrow \frac{\pi}{3}} \frac{1 - \cos 2x}{\pi - 3x}$
15. $\lim_{n \rightarrow 1} \frac{1 - x^2}{\sin \pi x}$
16. $\lim_{n \rightarrow 1} \frac{3 - \sqrt{10 - x}}{\sin 3\pi x}$
17. $\lim_{n \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2 - x + 1} - 1}{\ln x}$
18. $\lim_{n \rightarrow \pi} \frac{1 - \sin 2x}{(\pi - 4x)^2}$
19. $\lim_{n \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\operatorname{tg} 3x}{\operatorname{tg} x}$
20. $\lim_{n \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2 - x + 1} - 1}{\operatorname{tg} \pi x}$
21. $\lim_{n \rightarrow 2\pi} \frac{\sin 7x - \sin 3x}{e^{x^2} - e^{\pi^2}}$
22. $\lim_{n \rightarrow 2} \frac{\ln(5 - 2x)}{\sqrt{10 - 3x} - 2}$
23. $\lim_{n \rightarrow \pi} \frac{x^2 - \pi^2}{\sin x}$
24. $\lim_{n \rightarrow 4} \frac{2x^{16} - 16}{\sin \pi x}$
25. $\lim_{n \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\operatorname{ltg} x}{\cos 2x}$

Задача №6

1. $\lim_{n \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + \sin x)}{\sin 4(x - \pi)}$
2. $\lim_{n \rightarrow 0} \frac{3x^2 - 5x}{\sin 3x}$
3. $\lim_{n \rightarrow 0} \frac{4x}{\operatorname{tg}(\pi(2+x))}$
4. $\lim_{n \rightarrow 0} \frac{1 - \cos^3 x}{4x^3}$
5. $\lim_{n \rightarrow 0} \frac{2^{x+1} - 2}{\ln(1 + 4x)}$
6. $\lim_{n \rightarrow 0} \frac{\ln(1 - 7x)}{\sin(\pi(x+7))}$
7. $\lim_{n \rightarrow 0} \frac{\ln(1 - 3x)}{\sqrt{8x+4} - 2}$
8. $\lim_{n \rightarrow 0} \frac{\sin 7x}{x^2 + \pi x}$
9. $\lim_{n \rightarrow 0} \frac{\sin(\pi(x+1))}{\sin(\pi(x+7))}$
10. $\lim_{n \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - 1}{\sin(\pi(x+2))}$
11. $\lim_{n \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{\cos x}}{x \sin x}$
12. $\lim_{n \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x - \operatorname{tg}^2 x}{x^4}$
13. $\lim_{n \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - \sin x}{x(1 - \cos 2x)}$
14. $\lim_{n \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg}(\pi(1 + \frac{x}{2}))}{\ln(x+1)}$
15. $\lim_{n \rightarrow 0} \frac{x \sin 2x}{1 + \cos(3 - 3\pi)}$
16. $\lim_{n \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 10(x + \pi)}{e^{x^2}}$
17. $\lim_{n \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{\cos 7x - \cos 3x}$
18. $\lim_{n \rightarrow 0} \frac{2x}{\operatorname{tg}(2\pi(x + \frac{1}{2}))}$
19. $\lim_{n \rightarrow 0} \frac{\arcsin 3x}{\sqrt{2+x} - \sqrt{2}}$
20. $\lim_{n \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arctg} 2x}{\sin(2\pi(x+10))}$
21. $\lim_{n \rightarrow 0} \frac{\cos(x + \frac{5\pi}{2}) \operatorname{tg} x}{\sin(\pi(x+7))}$
22. $\lim_{n \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{3x+1}}{\cos\left(\frac{\pi(x+1)}{\sqrt{2}}\right)}$
23. $\lim_{n \rightarrow 0} \frac{\sqrt{4+x} - 2}{3 \operatorname{arctg} x}$
24. $\lim_{n \rightarrow 0} \frac{\cos 2x - \cos x}{1 - \cos x}$
25. $\lim_{n \rightarrow 0} \frac{\sin(5(x+\pi))}{e^{3x-1}}$

Задача №7

$$1. \lim_{n \rightarrow 0} \frac{e^x + e^{-x} - 2}{\sin^2 x} \quad 2. \lim_{n \rightarrow -1} \frac{x^3 + 1}{\sin(x+1)} \quad 3. \lim_{n \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+\operatorname{tg}x} - \sqrt{1+\sin x}}{x^3}$$

$$4. \lim_{n \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x\sin x} - 1}{e^{x^2} - 1} \quad 5. \lim_{n \rightarrow 0} \frac{1+x\sin x - \cos 2x}{\sin^2 x} \quad 6. \lim_{n \rightarrow a} \frac{\operatorname{tg}x - \operatorname{tga}}{\ln x - \ln a}$$

$$7. \lim_{n \rightarrow 0} \frac{e^{\alpha x} - e^{\beta x}}{\sin \alpha x - \sin \beta x} \quad 8. \lim_{n \rightarrow 0} \frac{x^3(e^x - e^{-x})}{e^{x^3+1} - e} \quad 9. \lim_{n \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{\cos x}}{1 - \cos \sqrt{x}}$$

$$10. \lim_{n \rightarrow 0} \frac{1-x^2}{\sin \pi x} \quad 11. \lim_{n \rightarrow b} \frac{a^x - a^b}{x - b} \quad 12. \lim_{n \rightarrow 0} \frac{\sin 2x - 2\sin x}{x \ln \cos 5x} \quad 13. \lim_{n \rightarrow 0} \frac{1-x}{\log_2 x}$$

$$14. \lim_{n \rightarrow 1} \frac{2x^2 - 2}{\ln x} \quad 15. \lim_{n \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+2} - \sqrt{2}}{\sin 2x} \quad 16. \lim_{n \rightarrow 0} \frac{1 - 2\cos x}{\sin(\pi - 3x)}$$

$$17. \lim_{n \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\sin x - \cos x}{\ln \operatorname{tg} x} \quad 18. \lim_{n \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x + \operatorname{tg}^2 x}{x \sin 3x} \quad 19. \lim_{n \rightarrow 0} \frac{e^{\sin 2x} - e^{\sin x}}{\operatorname{tg} x}$$

$$20. \lim_{n \rightarrow 3} \frac{\sqrt[3]{5+x} - 2}{\sin \pi x} \quad 21. \lim_{n \rightarrow 10} \frac{\operatorname{tg} x - 1}{\sqrt{x-9} - 1} \quad 22. \lim_{n \rightarrow 0} \frac{\sqrt{\cos x} - 1}{\sin^2 2x} \quad 23. \lim_{n \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{1 - \sin^3 x}{\cos^2 x}$$

$$24. \lim_{n \rightarrow 1} \frac{e^x - e}{\sin(x^2 - 1)}$$

Дифференциальное исчисление (функция одной независимой переменной)

I. Теоретическая часть.

1. Определение производной.

2. Геометрический и физический смысл первой производной.

3. Основные правила дифференцирования.

4. Исходя из определения производной (не пользуясь формулами дифференцирования), найти производные функций:

$$y = 2x^3 + 5x^2 - 7x - 4$$

$$y = -\operatorname{ctg} x - x$$

$$y = \sqrt[3]{x^2}$$

$$y = 2^{x^2}$$

5. Дифференцирование функций вида:

$$y = u(x)^{u(x)}$$

$$y = \frac{f(x)g(x)u(x)}{u(x)v(x)k(x)}$$

привести примеры.

6. Дифференцирование неявных функций. Привести примеры.

7. Дифференцирование функций заданных параметрически (с выводом).

8. Приложения производной к задачам геометрии и механики (уравнение касательной, нормали, угол между кривыми и т.д.)

9. Нахождение угла между радиус вектором и линией. (теория)

Пример: Найти угол между равносторонней гиперболой $x^2 - y^2 = 36$ и радиус вектором точки $M(10;8)$

10. Производные высших порядков: y' ; y'' ; y''' ... $y^{(n)}$

производная y''_{xx} ; y'''_{xxx} ... и т.д.

от функции заданной параметрически (с выводами).

11. Дифференциалы первого и высших порядков.

12. Правило Лопиталю раскрытия неопределенностей

$$\frac{0}{0}; \frac{\infty}{\infty}; 0 \cdot \infty; \infty - \infty; 0^0; \infty^0; 1^\infty$$

II. Практическая часть.

Задача №1. Вычислить приближенно с помощью дифференциала

$$1. y = \sqrt[3]{x} \quad x = 7,76$$

$$2. y = \frac{(x + \sqrt{5 - x^2})}{2} \quad x = 0,98$$

$$3. y = \arcsin x; \quad x = 0,08$$

$$4. y = \sqrt[3]{x} \quad x = 26,46$$

$$5. y = x'' \quad x = 1,021$$

$$6. y = x^{21} \quad x = 0,998$$

$$7. y = \sqrt{4x - 21} \quad x = 2,56$$

$$8. y = \sqrt[5]{x^2} \quad x = 1,03$$

$$9. y = \sqrt{1 + x + \sin x} \quad x = 0,01$$

$$10. y = \sqrt[4]{2x - \sin \frac{\pi x}{2}} \quad x = 1,02$$

$$11. y = \frac{1}{\sqrt{2x-1}} \quad x = 1,58$$

$$12. y = \sqrt[3]{x^3 + 7x} \quad x = 1,012$$

$$13. y = \sqrt[3]{x} \quad x = 27,54$$

$$14. y = \sqrt[3]{x^2 + 2x + 5} \quad x = 0,97$$

$$15. y = \sqrt{x^2 + x + 3} \quad x = 1,97$$

$$16. y = \sqrt[3]{x} \quad x = 1,21$$

$$17. y = \sqrt[3]{x} \quad x = 8,24$$

$$18. y = \sqrt[3]{x} \quad x = 7,64$$

$$19. y = \frac{1}{\sqrt{2x^2 + x + 1}} \quad x = 1,016$$

$$20. y = \frac{1}{\sqrt{x}} \quad x = 4,16$$

$$21. y = \sqrt{4x - 3} \quad x = 2,997$$

$$22. y = x^5 \quad x = 2,997$$

$$23. y = x^4 \quad x = 3,998$$

$$24. y = \sqrt[3]{3x + \cos x} \quad x = 0,01$$

$$25. y = \sqrt{x^2 + 5} \quad x = 1,97$$

Задача №2 Найти производную

$$1. y = \frac{2(3x^3 + 4x^2 - x - 2)}{15\sqrt{1+x}} \quad 2. y = \frac{x^4 - 8x^2}{x^2(x^2 - 4)} \quad 3. y = \frac{(2x^2 - 1)\sqrt{1+x^2}}{3x^3}$$

$$4. y = \frac{2x^2 - x - 1}{3\sqrt{2+4x}} \quad 5. y = \frac{(1+x^8)\sqrt{1+x^8}}{12x^{12}} \quad 6. y = \frac{(x^2 - 6)\sqrt{(4+x^2)^3}}{120x^5}$$

$$7. y = \frac{4+3x^3}{x^3\sqrt{(2+x^3)^2}} \quad 8. y = \frac{x^6 + x^3 - 2}{\sqrt{1-x^3}} \quad 9. y = \frac{1+x^2}{2\sqrt{1+2x^2}}$$

$$10. y = \frac{\sqrt{(1+x^2)^3}}{3x^3} \quad 11. y = \frac{\sqrt{2x+3}(x-2)}{x^2} \quad 12. y = \frac{(2x^2+3)\sqrt{x^2-3}}{9x^3}$$

$$13. y = \frac{(2x+1)\sqrt{x^2-x}}{x^2} \quad 14. y = \frac{1}{(x+2)\sqrt{x^2+4x+5}} \quad 15. y = 3^3\sqrt{(x+1)(x-1)^2}$$

$$16. y = \frac{(x\sqrt{x+1})}{x^2+x+1} \quad 17. y = \frac{(x+3)\sqrt{2x-1}}{2x+7} \quad 18. y = \frac{3x^6+4x^4-x^2-2}{15\sqrt{1+x^2}}$$

$$19. y = \frac{x^2}{2\sqrt{1-3x^4}} \quad 20. y = \frac{(x^2-8)\sqrt{x^2-8}}{6x^3} \quad 21. y = \sqrt[3]{\frac{(1+x^4)^2}{x^{\frac{3}{2}}}}$$

$$22. y = \frac{(x^2-2)\sqrt{4+x^2}}{24x^3} \quad 23. y = \frac{\sqrt{x-1}(3x+2)}{4x^2} \quad 24. y = \frac{128-8x^3-x^6}{\sqrt{8-x^3}}$$

$$25. y = (1-x^2)^5 \sqrt{x^3 + \frac{1}{x}}$$

Задача №3. Найти производную

$$1. y = x - \ln(2+e^x + 2\sqrt{e^{2x} + e^x + 1})$$

$$2. y = \frac{e^{2x}(2 - \sin 2x - \cos 2x)}{8}$$

$$3. y = \frac{1}{2} \operatorname{arctg} \frac{e^x - 3}{2}$$

$$4. y = 2\sqrt{e^x + 1} + \ln \frac{\sqrt{e^x + 1} - 1}{\sqrt{e^x + 1} + 1}$$

$$5. y = \frac{1}{2} \ln(e^{2x} + 1) - 2 \operatorname{arctg} e^x$$

$$6. y = \frac{2(\sqrt{e^{2x}-1} - \operatorname{arctg} \sqrt{e^{2x}-1})}{e^{2x}}$$

$$7. y = \frac{1}{\ln 4} \ln \frac{1+2^x}{1-2^x}$$

$$8. y = \frac{2}{3} \sqrt{(\operatorname{arctg} e^x)^3}$$

$$9. y = \ln(e^x + 1) + \frac{18e^{2x} + 27e^x + 11}{6(e^x + 1)^2}$$

$$10. y = 2(x-2)\sqrt{1+e^x} - \frac{2\ln(\sqrt{1+e^x}-1)}{\sqrt{1+e^x}+1}$$

$$11. y = \frac{x+1}{1+e^x} - \ln(1+e^x)$$

12. $y = x - 3 \ln \left[(1 + e^{x/6}) \sqrt{1 + e^{x/3}} \right] - 3 \operatorname{arctg} e^{x/6}$
13. $y = x + \frac{8}{1 + e^x}$
14. $y = \ln(e^x + \sqrt{e^{2x} - 1}) + \arcsin e^{-x}$
15. $y = x - e^{-x} \arcsin e^x - \ln(1 + \sqrt{1 - e^{2x}})$
16. $y = x - \ln(1 + e^x) - 2e^{-x/2} \operatorname{arctg} e^{x/2} - (\operatorname{arctg} e^{x/2})^2$
17. $y = \frac{e^{x^3}}{1 + x^3}$
18. $y = 3e^{\sqrt[3]{x}} (\sqrt[3]{x^2} - 2\sqrt[3]{x} + 2)$
19. $y = \ln \frac{\sqrt{1 + e^x + e^{2x}} - e^x - 1}{\sqrt{1 + e^x + e^{2x}} - e^x + 1}$
20. $y = \frac{e^x}{2} [(x^2 - 1) \cos x + (x - 1)^2 \sin x]$
21. $y = \operatorname{arctg} (e^x - e^{-x})$
22. $y = e^x - \sqrt{1 - e^{2x}}$
23. $y = \frac{e^{x^2}}{1 + x^2}$
24. $y = -\frac{1}{2} e^{-x^3} (x^4 + 2x^2 + 2)$
25. $y = e^{\sin x} \left(x - \frac{1}{\cos x} \right)$

Задача №4. Найти производную

1. $y = \sin \sqrt{3} + \frac{1}{3} \frac{\sin^2 3x}{\cos 6x}$
2. $y = \operatorname{tg} \lg \frac{1}{3} + \frac{1}{4} \frac{\sin^2 4x}{4 \cos 8x}$
3. $y = \frac{\cos \sin 5 \sin^2 2x}{2 \cos 4x}$
4. $y = \frac{\cos \ln 7 \sin^2 7x}{7 \cos 14x}$
5. $y = \operatorname{ctg} \cos 2 + \frac{1}{6} \frac{\sin^2 6x}{\cos 12x}$
6. $y = \frac{1}{3} \cos \operatorname{tg} \frac{1}{2} + \frac{1}{10} \frac{\cos^2 10x}{\cos 20x}$
7. $y = 8 \sin \operatorname{ctg} 3 + \frac{1}{5} \frac{\sin^2 5x}{\cos 10x}$
8. $y = \frac{\cos \operatorname{tg} \frac{1}{3} \sin^2 15x}{15 \cos 30x}$
9. $y = \frac{\operatorname{ctg} \sin \left(\frac{1}{3}\right) \sin^2 17x}{17 \cos 34x}$
10. $y = \frac{\operatorname{tg} \ln 2 \sin^2 19x}{19 \cos 38x}$
11. $y = \cos \ln 2 - \frac{1}{3} \frac{\cos^2 3x}{\sin 6x}$
12. $y = \operatorname{ctg} \sqrt[3]{5} - \frac{1}{8} \frac{\cos^2 4x}{\sin 8x}$
13. $y = \frac{\sin \cos 3 \cos^2 2x}{4 \sin 4x}$
14. $y = \cos \operatorname{ctg} 2 - \frac{1}{16} \frac{\cos^2 8x}{16 \sin 16x}$

15. $y = \sqrt[3]{ctg2} - \frac{1}{20} \frac{\cos^2 10x}{\sin 20x}$
16. $y = \ln \sin \frac{1}{2} - \frac{1}{24} \frac{\cos^2 12x}{\sin 24x}$
17. $y = \frac{\cos ctg 3 \cos^2 14x}{28 \sin 28x}$
18. $y = \frac{\sin tg(\frac{1}{7}) \cos^2 16x}{32 \sin 32x}$
19. $y = \frac{\sqrt[5]{ctg2} \cos^2 18x}{36 \sin 36x}$
20. $y = ctg \cos 5 - \frac{1}{40} \frac{\cos^2 20x}{\sin 40x}$
21. $y = \sqrt{tg4} + \frac{\sin^2 21x}{21 \cos 42x}$
22. $y = \ln \cos \frac{1}{3} + \frac{\sin^2 23x}{23 \cos 46x}$
23. $y = \sin \ln \frac{1}{2} + \frac{\sin^2 25x}{25 \cos 50x}$
24. $y = \sqrt[7]{tg \cos 2} + \frac{\sin^2 27x}{27 \cos 54x}$
25. $y = \cos^2 \sin 3 + \frac{\sin^2 29x}{29 \cos 58x}$

Задача № 5. Найти производную

1. $y = (\arctg x)^{\frac{1}{2}} \ln \arctg x$
2. $y = (\sin x)^{5e^x}$
3. $y = (\ln x)^{3x}$
4. $y = (ctg 3x)^{2e^x}$
5. $y = (tg x)^{4e^x}$
6. $y = (x - \sin x)^{8 \ln(x \sin x)}$
7. $y = (x^3 + 4)^{tg x}$
8. $y = (x^2 - 1)^{\sin 2x}$
9. $y = (\sin 3x)^{\frac{5x}{2}}$
10. $y = (\sin \sqrt{x})^{e^{\frac{1}{x}}}$
11. $y = x^{e^{\cos x}}$
12. $y = x^{e^{\sin x}}$
13. $y = x^{e^x} * x^3$
14. $y = (\sin \sqrt{x})^{\ln \sin \sqrt{x}}$
15. $y = (\arcsin x)^{e^x}$
16. $y = x^{\arcsin x}$
17. $y = x^{e^{tg x}}$
18. $y = (\cos 5x)^{e^x}$
19. $y = (x - 5)^{ctg^2 x}$
20. $y = (\sin x)^{tg^2 x}$
21. $y = (x^4 + 5)^{ctg x}$

22. $y = (x^2 + 1)^{\cos x}$
 23. $y = x^{3^x} 2^x$
 24. $y = x^{e^{\operatorname{ctg} x}}$
 25. $y = (\operatorname{tg} x)^{\frac{\operatorname{ctg} x}{4}}$

Задача №6. Найти производную от функции, заданной параметрически $y'_x = ?$

1.
$$\begin{cases} x = \frac{3t^2+1}{3t^3} \\ y = \sin\left(\frac{t^3}{3} + t\right) \end{cases}$$

2.
$$\begin{cases} x = \sqrt{2t - t^2} \\ y = \frac{1}{\sqrt[3]{(t-1)^2}} \end{cases}$$

3.
$$\begin{cases} x = \ln(t + \sqrt{t^2 + 1}) \\ y = t\sqrt{t^2 + 1} \end{cases}$$

4.
$$\begin{cases} x = \operatorname{ctg}(2e^t) \\ y = \ln \operatorname{tg} e^t \end{cases}$$

5.
$$\begin{cases} x = \sqrt{1 - t^2} \\ y = \operatorname{tg} \sqrt{1 + t} \end{cases}$$

6.
$$\begin{cases} x = \arcsin(\sin t) \\ y = \arccos(\cos t) \end{cases}$$

7.
$$\begin{cases} x = \sqrt{2t - t^2} \\ y = \arcsin(t - 1) \end{cases}$$

8.
$$\begin{cases} x = \ln \operatorname{ctg} t \\ y = \frac{1}{\cos^2 t} \end{cases}$$

9.
$$\begin{cases} x = \operatorname{arctg} e^{\frac{t}{2}} \\ y = \sqrt{e^t + 1} \end{cases}$$

10.
$$\begin{cases} x = \ln \frac{1}{\sqrt{1-t^4}} \\ y = \arcsin \frac{(1-t^2)}{1+t^2} \end{cases}$$

11.
$$\begin{cases} x = \arcsin \sqrt{1-t^2} \\ y = (\arccos t)^2 \end{cases}$$

12.
$$\begin{cases} x = (1 + \cos^2 t)^2 \\ y = \frac{\cos t}{\sin^2 t} \end{cases}$$
13.
$$\begin{cases} x = \arccos \frac{1}{t} \\ y = \sqrt{t^2 - 1} + \arcsin \frac{1}{t} \end{cases}$$
14.
$$\begin{cases} x = \arcsin \sqrt{t} \\ y = \sqrt{1 + \sqrt{t}} \end{cases}$$
15.
$$\begin{cases} x = t\sqrt{t^2 + 1} \\ y = \ln \frac{1 + \sqrt{1 + t^2}}{t} \end{cases}$$
16.
$$\begin{cases} x = \ln(1 - t^2) \\ y = \arcsin \sqrt{1 - t^2} \end{cases}$$
17.
$$\begin{cases} x = \ln \sqrt{\frac{1 - \sin t}{1 + \sin t}} \\ y = \frac{1}{2} t g^2 t + \ln \cos t \end{cases}$$
18.
$$\begin{cases} x = \ln \sqrt{\frac{1-t}{1+t}} \\ y = \sqrt{1 - t^2} \end{cases}$$
19.
$$\begin{cases} x = \sqrt{1 - t^2} \\ y = \frac{t}{\sqrt{1 - t^2}} \end{cases}$$
20.
$$\begin{cases} x = \frac{t}{\sqrt{1 - t^2}} \\ y = \ln \frac{1 + \sqrt{1 - t^2}}{t} \end{cases}$$
21.
$$\begin{cases} x = \ln \frac{1-t}{1+t} \\ y = \sqrt{1 - t^2} \end{cases}$$
22.
$$\begin{cases} x = \frac{1}{\ln t} \\ y = \ln \frac{1 + \sqrt{1 - t^2}}{t} \end{cases}$$
23.
$$\begin{cases} x = (\arcsin t)^2 \\ y = \frac{t}{\sqrt{1 - t^2}} \end{cases}$$
24.
$$\begin{cases} x = \operatorname{arctg} t \\ y = \ln \frac{\sqrt{1 + t^2}}{\sqrt{t + 1}} \end{cases}$$

$$25. \begin{cases} x = \frac{\operatorname{arctg}(t+1)}{t-1} \\ y = \arcsin \sqrt{1-t^2} \end{cases}$$

Задача №7 Найти производную второго порядка y''_{xx} от функции заданной параметрически

$$1. \begin{cases} x = \cos 2t \\ y = \frac{2}{\cos^2 t} \end{cases} \quad 2. \begin{cases} x = e^t \cos t \\ y = e^t \sin t \end{cases} \quad 3. \begin{cases} x = t + \sin t \\ y = 2 - \cos t \end{cases}$$

$$4. \begin{cases} x = \sqrt{t} \\ y = \frac{1}{\sqrt{1-t}} \end{cases} \quad 5. \begin{cases} x = t \operatorname{tg} t \\ y = \frac{1}{\sin 2t} \end{cases} \quad 6. \begin{cases} x = \sqrt{t} \\ y = \frac{1}{\sin 2t} \end{cases}$$

$$7. \begin{cases} x = \sqrt{t^3 - 1} \\ y = \ln t \end{cases} \quad 8. \begin{cases} x = \sqrt{t-1} \\ y = \frac{1}{\sqrt{t}} \end{cases} \quad 9. \begin{cases} x = \sqrt{t-3} \\ y = \ln(t-2) \end{cases}$$

$$10. \begin{cases} x = t + \sin t \\ y = 2 + \cos t \end{cases} \quad 11. \begin{cases} x = \cos t \\ y = \ln \sin t \end{cases} \quad 12. \begin{cases} x = e^t \\ y = \arcsin t \end{cases}$$

$$13. \begin{cases} x = 2(t - \sin t) \\ y = 4(2 + \cos t) \end{cases} \quad 14. \begin{cases} x = \frac{1}{t^2} \\ y = \frac{1}{t^2+1} \end{cases} \quad 15. \begin{cases} x = \sqrt{1-t^2} \\ y = \frac{1}{t} \end{cases}$$

$$16. \begin{cases} x = \frac{1}{t} \\ y = \frac{1}{1+t^2} \end{cases} \quad 17. \begin{cases} x = \sin t \\ y = \frac{1}{\cos t} \end{cases} \quad 18. \begin{cases} x = \sqrt{t-1} \\ y = \frac{t}{\sqrt{t-1}} \end{cases}$$

$$19. \begin{cases} x = \frac{\cos t}{1+2 \cos t} \\ y = \frac{\sin t}{1+2 \cos t} \end{cases} \quad 20. \begin{cases} x = \cos^2 t \\ y = t \operatorname{tg}^2 t \end{cases} \quad 21. \begin{cases} x = \sin t \\ y = \ln \cos t \end{cases}$$

$$22. \begin{cases} x = t - \sin t \\ y = 2 - \cos t \end{cases} \quad 23. \begin{cases} x = \cos t + t \sin t \\ y = \sin t - t \cos t \end{cases} \quad 24. \begin{cases} x = \cos t \\ y = \sin^4 \frac{t}{2} \end{cases}$$

$$25. \begin{cases} x = \operatorname{arctg} t \\ y = \frac{t^2}{2} \end{cases}$$

Исследование функций, построения графиков

I. Теоретическая часть:

- 1) Теоремы Ролля, Лагранжа, Коши. (с доказательствами)
- 2) Формула Тейлора, формула Маклорена (e^x , $\sin x$, $\cos x$, $(1+x)^m$)

Остаточный член.

Пример: вычислить с точностью до 10^{-3} приближенное значение $\sqrt[3]{29}$

Пример: вычислить \sqrt{e} с точностью до 0,0001

Пример: в какой точке дуги АВ кривой $y=x^3-3x$ касательная параллельна хорде АВ, если $A(0;0), B(3,18)$;

Пример: Выполняется ли теорема Ролля для функции $f(x)=x^2-6x+100$, если $a=1, b=5$? При каких значениях?

3) Возрастание и убывание функции. Экстремум функции (определения, признаки возрастания и убывания, необходимые условия экстремума достаточные условия экстремума

(правила 1,2,3)

4) Выпуклость, вогнутость. Точка перегиба графика функции

- Определения
- Необходимые и достаточные условия

5) Асимптоты

- Определения
- Вертикальная асимптота
- Горизонтальная асимптота
- Наклонная асимптота (правая и левая)

6) Схема исследования функции и построение графика

7) Частность, нечетность функций. Исследование функции. Точки разрыва.

Провести полные исследования и построить график функции

- | | |
|---|--|
| 1. 1) $y = \frac{17-x^2}{4x-5}$ | 2. 1) $y = \frac{x^2+1}{\sqrt[3]{4x^2-3}}$ |
| 2) $y = \frac{x^{3+4}}{x^2}$ | 2) $y = \frac{x^2-x+1}{x-1}$ |
| 3) $y = (2x+3)e^{-2(x+1)}$ | 3) $y = \frac{e^{2(x+1)}}{2(x+1)}$ |
| 3. 1) $y = \frac{12\sqrt[3]{6(x-2)^2}}{x^2+8}$ | 4. 1) $y = \frac{4x^2+9}{4x+8}$ |
| 2) $y = \frac{2}{x^2+2x}$ | 2) $y = \frac{4x^2}{3+x^2}$ |
| 3) $y = 3\ln \frac{x}{x-3} - 1$ | 3) $y = (3-x)e^{x-2}$ |
| 5. 1) $y = \frac{4x^3 + 3x^2 - 8x - 2}{2-3x^2}$ | 6. 1) $y = \frac{x^2-3}{\sqrt{3x^2-2}}$ |
| 2) $y = \frac{12x}{9+x^2}$ | 2) $y = \frac{x^2-3x+3}{x-1}$ |
| 3) $y = \frac{e^{2-x}}{2-x}$ | 3) $y = \ln \frac{x}{x+2} + 1$ |

7. 1) $y = \frac{2x^2 - 6}{x - 2}$
 2) $y = \frac{4 - x^3}{x^2}$
 3) $y = (x - 2)e^{3 - x}$
8. 1) $y = \frac{2x^3 + 2x^2 - 3x - 1}{2 - 4x^2}$
 2) $y = \frac{x^2 - 4x + 1}{x - 4}$
 3) $y = \frac{e^{2(x-1)}}{2(x-1)}$
9. 1) $y = \frac{x^3 - 5x}{5 - 3x^2}$
 2) $y = \frac{2x^3 + 1}{x^2}$
 3) $y = 3 - 3\ln \frac{x}{x+4}$
10. 1) $y = \frac{x^2 - 6x + 4}{3x - 2}$
 2) $y = \frac{(x-1)^2}{x^2}$
 3) $y = -(2x+1)e^{2(x+1)}$
11. 1) $y = \frac{2 - x^2}{\sqrt{9x^2 - 4}}$
 2) $y = \frac{x^2}{(x-1)^2}$
 3) $y = \frac{e^{2(x+2)}}{2(x+2)}$
12. 1) $y = \frac{4x^3 - 3x}{4x^2 - 1}$
 2) $y = \left(1 + \frac{1}{x}\right)^2$
 3) $y = \ln \frac{x}{x-2} - 2$
13. 1) $y = \frac{3x^2 - 7}{2x + 1}$
 2) $y = \frac{12 - 3x^2}{x^2 + 12}$
 3) $y = (2x + 5)e^{-2(x+2)}$
14. 1) $y = \frac{x^2 + 16}{\sqrt{9x^2 - 8}}$
 2) $y = \frac{9 + 6x - 3x^2}{x^2 - 2x + 13}$
 3) $y = \frac{e^{3-x}}{3-x}$
15. 1) $y = \frac{x^3 + 3x^2 - 2x - 2}{2 - 3x^2}$
 2) $y = \frac{-8x}{x^2 + 4}$
 3) $y = 2\ln \frac{x}{x+1} - 1$
16. 1) $y = \frac{21 - x^2}{7x + 9}$
 2) $y = \left(\frac{x-1}{x+1}\right)^2$
 3) $y = (4-x)e^{x-3}$
17. 1) $y = \frac{2x^2 - 1}{\sqrt{x^2 - 1}}$
 2) $y = \frac{3x^4 + 1}{x^3}$
 3) $y = e^{-2(x+2)}$
18. 1) $y = \frac{2x^3 - 3x^2 - 2x + 1}{1 - 3x^2}$
 2) $y = \frac{4x}{(x+1)^2}$
 3) $y = 2\ln \frac{x+3}{x} - 3$

Провести полное исследование и построить график функции

19. 1) $y = \frac{x^2 - 11}{4x - 3}$
 2) $y = \frac{8(x-1)}{(x+1)^2}$
 3) $y = (2x-1)e^{2(1-x)}$
20. 1) $y = \frac{2x^2 - 9}{\sqrt{x^2 - 1}}$
 2) $y = \frac{1 - 2x^3}{x^2}$
 3) $y = \frac{e^{-(x+2)}}{x+2}$
21. 1) $y = \frac{x^3 - 2x^2 - 3x + 2}{1 - x^2}$
 2) $y = \frac{x}{x^2 + 2x - 3}$
 3) $y = 2\ln \frac{x}{x-4} - 3$
22. 1) $y = \frac{x^2 + 2x - 1}{2x + 1}$
 2) $y = \frac{4}{3 + 2x - x^2}$
 3) $y = -(x+1)e^{(x+2)}$
23. 1) $y = \frac{x^3 - x^2 - 3x - 1}{2x^2 - 2}$
 2) $y = \frac{x^2 + 2x - 7}{x^2 + 2x - 3}$
24. 1) $y = \frac{x^2 + 6x + 9}{x + 4}$
 2) $y = \frac{1}{x^4 - 1}$

$$3) y = \frac{e^{x+3}}{x+3}$$

$$25. 1) y = \frac{3x^2-10}{\sqrt{4x^2-1}}$$

$$2) y = -\left(\frac{x}{x+2}\right)^2$$

$$3) y = -(2x+3)e^{2(x+2)}$$

$$27. 1) y = \frac{2x^3+2x^2-9x-3}{2x^2-3}$$

$$2) y = \frac{4(x+1)^2}{x^2+2x+4}$$

$$3) y = \ln \frac{x-5}{x} + 2$$

$$29. 1) y = \frac{-x^2-4x+13}{4x+3}$$

$$2) y = \frac{x^2-6x+9}{(x-1)^2}$$

$$3) y = \frac{e^{x-3}}{x-3}$$

$$31. 1) y = \frac{9-10x^2}{\sqrt{4x^2-1}}$$

$$2) y = \frac{x^3-4}{x^2}$$

$$3) y = 2\ln \frac{x-1}{x} + 1$$

$$3) y = \ln \frac{x}{x+5} - 1$$

$$26. 1) y = \frac{x^2-2x+2}{x+3}$$

$$2) y = \frac{x^3-32}{x^2}$$

$$3) y = \frac{e^{2(1-x)}}{2(1-x)}$$

$$28. 1) y = \frac{3x^2-10}{3-2x}$$

$$2) y = \frac{3x-2}{x^3}$$

$$3) y = (x+4)e^{-(x+3)}$$

$$30. 1) y = \frac{-8-x^2}{\sqrt{x^2-4}}$$

$$2) y = \frac{x^3-27x+54}{x^3}$$

$$3) y = \ln \frac{x+6}{x}$$

Графики общие для всех вариантов

$$4) y = \sqrt[3]{x(x+6)^2} \quad (29.9)$$

$$5) y = \sqrt[3]{(x-1)^2} - \sqrt[3]{x^2} \quad (15.9)$$

Неопределённый интеграл

1. Определение неопределённого интеграла.
2. Свойства неопределённого интеграла (правила интегрирования).
3. Таблица основных интегралов.
4. Замена переменной в неопределённом интеграле (привести пример)
5. Метод интегрирования по частям (привести пример)
6. Интегрирование рациональных дробей

а) $\frac{A}{x-a}$

б) $\frac{A}{x-a}m$, где m -целое число >1

в) $\frac{AX+B}{x^2+px+q}$, где $\frac{p^2}{4}-q < 0$ т.е. x^2+px+q действительных корней

г) $\frac{AX+B}{(x^2+px+q)^n}$, где n -целое число >1 и квадратный трёхчлен x^2+px+q не имеет действительных корней.

7. Интегрирование рациональных дробей с помощью разложения на простейшие (привести примеры)

8. Интегрирование простейших иррациональных функций

а) Интеграл вида:

$$\int R\left(x, (ax+b)^{\frac{m_1}{n_1}}; (ax+b)^{\frac{m_2}{n_2}}; \dots\right) dx$$

R – рациональная функция

m_1, n_1, m_2, n_2 – целые числа

б) Интеграл вида:

$$\int \frac{dx}{\sqrt{ax^2+bx+c}}$$

в) Интеграл вида:

$$\int \frac{Ax+b}{\sqrt{ax^2+bx+c}} dx$$

г) Интеграл вида:

$$\int \frac{dx}{(x-a)\sqrt{ax^2+bx+c}}$$

9. Интегрирование тригонометрических функций

а) Интегралы вида:

$$\int R(\sin x, \cos x) dx$$

R-рациональная функция

б) Интегралы вида:

$$\int \sin^m x \cos^n x dx$$

в) Интегралы вида:

$\int tg^m dx$ и $\int ctg^m dx$ где m-целое положительное число

г) Интегралы вида:

$\int tg^m \sin^n x dx$ и $\int ctg^m \cos^n x dx$ где n-целое положительное число

д) Интегралы вида:

$\int \sin mx \cos nx dx$; $\int \cos mx \cos nx dx$; $\int \sin mx \sin nx dx$

10. Тригонометрические подстановки для интегралов вида:

$\int R(x\sqrt{a^2 - x^2})$; $\int R(x\sqrt{a^2 + x^2})$; $\int R(x; \sqrt{x^2 - a^2})$

1. $\int \frac{\arctg x}{(1+x)^2} dx$

2. $\int \sin^4 x \cos^5 x dx$

3. $\int x \sin 2x dx$

4. $\int \frac{x dx}{(x+1)(2x+4)} dx$

5. $\int \cos^2 5x dx$

6. $\int \frac{\arctg^2 x}{1+x^2} dx$

7. $\int \sin^3 x \cos^4 x dx$

8. $\int x e^{-x} dx$

9. $\int \frac{x dx}{2x^2 - 3x - 2}$

10. $\int \cos^5 x dx$

11. $\int \frac{\arcsin x + 1}{\sqrt{1-x^2}} dx$

12. $\int \cos^2 x \sin^4 x dx$

13. $\int x 3^x dx$

14. $\int \frac{x dx}{(x+1)(x-3)}$

15. $\int \sin^3 x \cos^3 x dx$

$$16. \int \frac{dx}{\arcsin^2 x \sqrt{1-x^2}}$$

$$17. \int \sin x \cos^2 x dx$$

$$18. \int x \operatorname{arctg} x dx$$

$$19. \int \frac{xdx}{(x+1)(x^2+1)}$$

$$20. \int \sin^4 x dx$$

$$21. \int \frac{\arccos^2 x}{\sqrt{1-x^2}} dx$$

$$22. \int \cos 3x \cos x dx$$

$$23. \int \frac{\arcsin x}{\sqrt{x+1}} dx$$

$$24. \int \frac{dx}{\sqrt{5-2x+x^2}}$$

$$25. \int \frac{3x+4}{x^2+5x} dx$$

$$26. \int \frac{e^x dx}{3+e^{2x}}$$

$$27. \int \sin 5x \sin x dx$$

$$28. \int x \operatorname{tg}^2 x dx$$

$$29. \int \frac{dx}{\sqrt{9x^2-6x+2}}$$

$$30. \int \frac{4x-3}{x^2+3x+4} dx$$

$$31. \int \frac{e^x dx}{\sqrt{2+e^2}} dx$$

$$32. \int \frac{(x+1)dx}{\sqrt{x^2+x+1}} dx$$

$$33. \int x \cos^2 x dx$$

$$34. \int \frac{(x+1) dx}{(x+2)(x+3)} dx$$

$$35. \int \sin 5x \sin 6x dx$$

36. $\int \frac{dx}{x \ln x}$
 37. $\int \frac{xdx}{\sqrt{1-3x^2-2x^4}}$
 38. $\int \ln(x^2 + 1) dx$
 39. $\int \frac{(x^2+1)dx}{(x+1)(x^2+2)}$
 40. $\int \sin^3 x \cos^2 x dx$
 41. $\int \frac{dx}{x \ln^2 x}$
 42. $\int \frac{2x-8}{\sqrt{1-x-x^2}} dx$
 43. $\int x^2 e^{-x} dx$
 44. $\int \frac{(x^2+1)dx}{(x+1)(x-2)(x-3)}$
 45. $\int \sin^2 3x dx$

46. $\int \sqrt{\frac{\ln x}{x^2}} dx$
 47. $\int \frac{3x-6}{\sqrt{x^2-4x+5}} dx$
 48. $\int x^3 e^x dx$
 49. $\int \frac{xdx}{(x+2)(x+4)}$
 50. $\int \cos 2x \sin 4x dx$

51. $\int \frac{\ln^2 x + \ln x + 1}{x} dx$
 52. $\int \frac{(3x+1)dx}{\sqrt{5x^2+2x+1}}$
 53. $\int \frac{dx}{\sqrt{2+4x}}$
 54. $\int \sin^5 x dx$

55. $\int \frac{3^x dx}{\sqrt{1+3^x}}$
 56. $\int \frac{xdx}{\sqrt{2x^2-x+2}}$
 57. $\int x^2 \cos^2 x dx$
 58. $\int \frac{xdx}{\sqrt{1+2x}}$
 59. $\int \sin^3 2x dx$

60. $\int \frac{2^x dx}{1+4^x}$
61. $\int \frac{dx}{(x-1)(x+2)(x+3)}$
62. $\int x^3 \sin x dx$
63. $\int \frac{(x-3)dx}{\sqrt{x-3x-x^2}}$
64. $\int \cos 2x \cos 5x dx$
-
65. $\int \frac{1+\operatorname{tg}^3 x}{\cos^2 x} dx$
66. $\int \frac{5x^3+2}{x^3-5x^2+4x} dx$
67. $\int \frac{\ln^3 x}{x^2} dx$
68. $\int \frac{3x-1}{\sqrt{x^2+2x+2}} dx$
69. $\int \sin 3x \sin 6x dx$
70. $\int \frac{3+\operatorname{ctg}^2 x}{\sin^2 x} dx$
71. $\int \frac{dx}{x(x+1)^2}$
72. $\int \frac{\ln^3 x}{x^2} dx$
73. $\int \frac{2x+5}{\sqrt{9x^2+6x+2}} dx$
74. $\int \sin^5 x dx$
75. $\int \frac{dx}{\sin^2 x \sqrt[4]{\operatorname{tg} x}}$
76. $\int \frac{2x^2+41x-9}{(x-1)(x+3)(x+4)} dx$
77. $\int x^2 e^{-2x} dx$
78. $\int \frac{2x-1}{\sqrt{9x^2-4}} dx$
79. $\int \sin^3 x \cos^2 x dx$
80. $\int \frac{dx}{\cos^2 x \sqrt[4]{\operatorname{tg} x}}$
81. $\int \frac{(x^3-1)dx}{4x^3-1}$
82. $\int x e^{3x} dx$
83. $\int \frac{\sqrt{x} dx}{1+x^{\frac{2}{3}}}$
84. $\int \cos^4 x dx$
85. $\int \frac{\operatorname{tg} x dx}{\sqrt{\cos x}}$
86. $\int \frac{x^3+x+1}{x(x^2+1)} dx$
87. $\int \operatorname{arctg} \sqrt{x} dx$
88. $\int \frac{dx}{x^2+4x+5}$
89. $\int \sin^2 3x \cos^3 3x dx$
90. $\int \frac{\cos x dx}{\sqrt{2+\cos 2x}}$

91. $\int \ln^2 x dx$
92. $\int \frac{4x+3}{(x-2)^2}$
93. $\int \frac{(x+1)dx}{\sqrt{x+4x+5}}$
94. $\int \frac{dx}{(x+2)(x-3)}$
95. $\int \frac{xdx}{\sqrt{1-x^2}}$
96. $\int \frac{\ln x dx}{x^3}$
97. $\int \frac{dx}{x\sqrt{x+1}}$
98. $\int \frac{xdx}{\sqrt{4x^2+4x+2}}$
99. $\int \frac{dx}{x(x+1)(x-5)}$
100. $\int \sqrt{1+x^3} x^2 dx$
101. $\int x^2 e^{-2x} dx$
102. $\int \frac{\sqrt{x} dx}{\sqrt{x}-\sqrt[3]{x}}$
103. $\int \frac{(2-5x)dx}{\sqrt{4x^2+9x+1}}$
104. $\int \sin^2 x \cos^2 x dx$
105. $\int \frac{x^3}{x^8+5} dx$
106. $\int x^3 e^x dx$
107. $\int \frac{dx}{1+\sqrt{x+1}}$
108. $\int \frac{xdx}{\sqrt{3x^2-11x+2}}$
109. $\int \sin 2x \cos 5x dx$
110. $\int \frac{x^3 dx}{x^8-2}$
111. $\int \sin(\ln x) dx$
112. $\int \frac{dx}{1-\cos x}$
113. $\int \frac{\sqrt{x} dx}{\sqrt{2x+3}}$
114. $\int \frac{dx}{1-\sin x}$
115. $\int \frac{2^x dx}{(8x^3+27)^{\frac{3}{2}}}$
116. $\int \cos(\ln x) dx$
117. $\int \frac{1-\cos x}{1+\cos x} dx$
118. $\int \frac{(x+1)dx}{\sqrt{x^2+6x+4}}$
119. $\int \frac{\cos^5 x}{\sin x} dx$

Определенный и несобственные интегралы

Приложения определенного интеграла

Теоретическая часть.

1. Вычисление определенного интеграла.

- интегральная сумма
- определения определенного интеграла
- теорема существования определенного интеграла (с доказательством)
- основные свойства определенного интеграла
- оценка определенного интеграла
- правила вычисления определенного интеграла (формула Ньютона и Лейбница), интегрирование по частям, замена переменной, определенный интеграл от четной и нечетной функции на симметричном интервале

2. Несобственные интегралы.

- интегралы с бесконечными пределами
- интегралы от неограниченных функций

Рассмотреть всевозможные случаи и привести примеры.

- Признаки сравнения несобственных интегралов (три признака).

Привести примеры.

3. Вычисление площади плоской фигуры.

- площадь фигуры задана уравнениями функций в прямоугольной системе координат
- площадь фигуры, если правая задана параметрическими уравнениями
- площадь криволинейного сектора, ограниченного кривыми, заданными в полярных координатах

4. Вычисление длины дуги плоской кривой.

- кривая задана в прямоугольной системе координат
- кривая задана параметрическими уравнениями
- гладкая кривая задана в полярных координатах

5. Вычисление объема тела.

- вычисление объема тела по известным площадям поперечных сечений
- вычисление объемов тел вращения

Практические задания.

- 1) Вычислить определенный интеграл
- 2) Найти площадь плоской фигуры
- 3) Вычислить длину плоской кривой
- 4) Вычислить несобственный интеграл
- 5) Исследовать сходимость несобственного интеграла

б) Определить объем тела, образованного вращением вокруг оси OX фигуры, ограниченных линиями:

а) $Y = 4x - x^2$; $y = x$

б) $Y = x^2$ $y^2 = x$

} задачи общие для всех

1. $\int_{-2}^0 (x^2 + 5x + 6) \cos x dx$
2. $S = ?$ $y = (x - 2)^3$ $y = 4x - 8$
3. $L = ?$ $y = \ln x$ $\sqrt{3} \leq x \leq \sqrt{15}$
4. $\int_0^3 \frac{x dx}{\sqrt{9-x^2}}$
5. $\int_0^{+\infty} \frac{\cos 2x dx}{1+x^2}$

1. $\int_{-1}^0 (x^2 + 4x + 3) \cos x dx$
2. $S = ?$ $4 - x^2$ $y = x^2 - 2x$
3. $L = ?$ $y = \frac{x^2}{4} - \frac{\ln x}{2}$ $1 \leq x \leq 2$
4. $\int_0^3 \frac{e^x dx}{\sqrt{e^x - 1}}$
5. $\int_0^{+\infty} \frac{\cos 3x dx}{1+x^2} dx$

1. $\int_{-4}^0 (x^2 + 7x + 12) \cos x dx$
2. $S = ?$ $y = \sqrt{4 - x^2}$ $x = 0 ; x = 1 ; y = 0$
3. $L = ?$ $y = \ln(1 - x^2)$ $0 \leq x \leq \frac{1}{4}$
4. $\int_0^1 \frac{e^{3x} dx}{\sqrt{e^{3x} - 1}}$
5. $\int_1^{+\infty} \frac{dx}{x^3 \sqrt{x^3 + 1}} dx$

1. $\int_0^\pi (9x^2 + 9x + 1) \cos^3 x dx$
2. $S = ?$ $y = \cos x \sin^2 x$ $y = 0$
3. $L = ?$ $y = \ln 7 - \ln x$ $\sqrt{3} \leq x \leq \sqrt{8}$
4. $\int_0^1 \frac{e^x dx}{\sqrt{e^{2x} - 1}}$
5. $\int_1^{+\infty} \frac{\sin^2 x}{x^4} dx$

1. $\int_0^{2\pi} (3x^2 + 5) \cos 2x dx$
2. $S = ?$ $y = \frac{1}{x\sqrt{1+\ln x}}$ $y = 0$ $x = 1$ $x = e^3$
3. $L = ?$ $y = e^x + 26$ $\ln\sqrt{8} \leq x \leq \ln\sqrt{24}$
4. $\int_0^1 \frac{e^{2x} dx}{\sqrt{e^{4x} - 1}}$
5. $\int_1^{+\infty} \frac{xdx}{\sqrt{x^4 + 1}}$

1. $\int_0^{2\pi} (3 - 7x^2) \cos 2x dx$

2. $S = ? \quad y = (x + 1)^2 \quad y^2 = x + 1$
3. $L = ? \quad y = -\ln \cos x \quad 0 \leq x \leq \frac{\pi}{6}$
4. $\int_0^1 \sqrt{\frac{\arcsin x}{1-x^2}} dx$
5. $\int_1^{+\infty} \frac{\sin^2 x}{x^4} dx$

1. $\int_{-1}^0 (x^2 + 2x + 1) \sin 3x dx$
2. $S = ? \quad y = \sqrt{e^y - 1} \quad x = 0 \quad y = \ln 2$
3. $L = ? \quad \begin{cases} x = 5(t - \sin t) \\ y = 5(1 - \cos t) \end{cases} \quad 0 \leq t \leq \frac{\pi}{6}$
4. $\int_0^{\infty} x e^{-x} dx$
5. $\int_1^{\infty} \frac{dx}{x\sqrt{x^2+1}}$

1. $\int_{-2}^0 (x^2 - 4) \cos 3x dx$
2. $S = ? \quad y = (x - 1)^2 \quad y^2 = (x - 1)$
3. $L = ? \quad \begin{cases} x = 10 \cos^3 t \\ y = 10 \sin^3 t \end{cases} \quad 0 \leq t \leq \frac{\pi}{2}$
4. $\int_0^{+\infty} x^2 e^{-x} dx$
5. $\int_1^{+\infty} \frac{x dx}{\sqrt{x^5+1}}$

1. $\int_{-2}^0 (x + 2)^2 \cos 3x dx$
2. $S = ? \quad y = \sqrt{4 - y^2} \quad x = 0 \quad y = 0$
3. $L = ? \quad \begin{cases} x = 3(t - \sin t) \\ y = 3(1 - \cos t) \end{cases} \quad \pi \leq t \leq 2\pi$
4. $\int_0^{+\infty} \frac{\arctg x}{1+x^2} dx$
5. $\int_0^1 \frac{dx}{(1-x^2)^3}$

1. $\int_0^{\pi} (2x^2 + 4x + 7) \cos^2 x dx$
2. $S = ? \quad \begin{cases} x = 4 - (y - 1)^2 \\ y = y^2 - 4y + 3 \end{cases}$
3. $L = ? \quad \begin{cases} x = 4(t - \sin t) \\ y = 4(1 - \cos t) \end{cases} \quad \frac{\pi}{2} \leq t \leq \frac{3\pi}{2}$
4. $\int_0^{+\infty} \frac{\arctg^2 x}{1+x^2} dx$
5. $\int_0^2 \frac{dx}{(4-x^2)^3}$

1. $\int_1^8 \ln^2 x \, dx / \sqrt[3]{x^2}$
2. $S = ? \begin{cases} x = 2\cos t & y = 3 \\ y = 6\sin t & y \geq 3 \end{cases}$
3. $L = ? \begin{cases} x = 2(\cos t + t \sin t) \\ y = 2(\sin t + t \cos t) \end{cases} \quad 0 \leq t \leq \frac{\pi}{4}$
4. $\int_0^{+\infty} \frac{\arctg^3 x}{1+x^2} dx$
5. $\int_0^2 \frac{dx}{\sqrt{x+4x^3}}$

1. $\int_2^3 (x-1)^3 \ln^2(x-1) dx$
2. $S = ? \begin{cases} x = 6\cos t & y = \sqrt{3} \\ y = 2\sin t & y \geq 3 \end{cases}$
3. $L = ? \begin{cases} x = 8\cos^3 t \\ y = 8\sin^3 t \end{cases} \quad 0 \leq t \leq \frac{\pi}{6}$
4. $\int_0^{+\infty} \frac{\arctg^3 x}{1+x^2} dx$
5. $\int_0^1 \frac{dx}{1-x^2+\sqrt{1-x}}$

1. $\int_{-1}^1 x^2 e^{-\frac{x}{2}} dx$
2. $S = ? \begin{cases} x = 2\cos t & y = 3 \\ y = 6\sin t & y \geq 3 \end{cases}$
3. $L = ? \quad \varphi = 3e^{\frac{3\varphi}{4}} \quad -\frac{\pi}{2} \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2}$
4. $\int_0^{+\infty} \frac{x^3 dx}{(x^4+1)^3}$
5. $\int_0^2 \frac{dx}{\sqrt{2-x+16-x^4}}$

1. $\int_{-2}^0 (x^2 + 2)e^{\frac{x}{2}} dx$
2. $S = ? \begin{cases} x = 6\cos t & y = 2\sqrt{3} \\ y = 4\sin t & y \geq 2\sqrt{3} \end{cases}$
3. $L = ? \quad \varphi = \sqrt{2}e^{\frac{\varphi}{2}} \quad -\frac{\pi}{2} \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2}$
4. $\int_0^{+\infty} \frac{e^x}{(1+e)^2} dx$
5. $\int_0^2 \frac{dx}{\sqrt{4-x^2}}$

1. $\int_{-2}^0 (x^2 - 5x + 16) \sin 3x \, dx$
2. $S = ? \quad r = 4 \cos 3\varphi \quad r = 2 \quad (r \geq 2)$
3. $L = ? \quad \varphi = 1 - \sin \varphi \quad -\frac{\pi}{2} \leq \varphi \leq -\frac{\pi}{6}$
4. $\int_0^{+\infty} x e^{-2x} \, dx$
5. $\int_0^2 \frac{dx}{\sqrt{4-x^2}}$

1. $\int_{\frac{\pi}{4}}^3 (3x - x^2) \sin 2x \, dx$
2. $S = ? \quad r = \cos 2\varphi$
3. $L = ? \quad \varphi = 5\varphi \quad 0 \leq \varphi \leq \frac{12}{5}$
4. $\int_0^{+\infty} x^4 \, dx$
5. $\int_0^1 \frac{dx}{(x^3-1)^2}$

1. $\int_1^{e^2} \frac{\ln^2 x \, dx}{\sqrt{x}}$
2. $S = ? \quad r = 4 \sin 3\varphi \quad r = 2 \quad (r \geq 2)$
3. $L = ? \quad \begin{cases} x = e^t (\cos t + \sin t) \\ y = e^t (\cos t - \sin t) \end{cases} \quad \frac{\pi}{2} \leq t \leq \pi$
4. $\int_0^{+\infty} \frac{x^2 \, dx}{(x^3+3)^2}$
5. $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{1+x^2}}$

1. $\int_0^1 (x+1) \ln^2 (x+1) \, dx$
2. $S = ? \quad r = \sin \varphi \quad r = 2 \sin \varphi$
3. $L = ? \quad \begin{cases} x = 3(2 \cos t - \cos 2t) \\ y = 3(2 \sin t - \sin 2t) \end{cases} \quad 0 \leq t \leq 2\pi$
4. $\int_0^{+\infty} \frac{e^{2x} \, dx}{(e^{2x}+2)^3}$
5. $\int_1^{+\infty} \frac{\sin x \, dx}{x^2}$

1. $\int_{-1}^0 (x+2)^3 \ln^2 (x+2) \, dx$
2. $S = ? \quad r = 4 \cos 4\varphi$
3. $L = ? \quad y = \ln \frac{5}{2x} \quad \sqrt{3} \leq x \leq \sqrt{8}$
4. $\int_0^1 \frac{x \, dx}{\sqrt{1-x^2}}$

$$5. \sqrt{\int_1^{+\infty} \frac{dx}{x^3+x}}$$

$$1. \int_1^2 \sqrt{x} \ln^2 x \, dx$$

$$2. S = ? \quad r = 2 \cos \varphi; \quad r = 3 \cos \varphi$$

$$3. L = ? \quad r = 2 - e^x \quad \ln\sqrt{3} \leq x \leq \ln\sqrt{8}$$

$$4. \int_0^1 \frac{x^2 dx}{\sqrt[3]{1-x^3}}$$

$$5. \int_1^{+\infty} \frac{e^x dx}{x^2}$$

$$1. \int_0^1 x^2 e^{3x} dx$$

$$2. S = ? \quad r = 2 \sin 4 \varphi$$

$$3. L = ? \quad y = \ln \sin x \quad \frac{\pi}{3} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$$

$$4. \int_0^1 \frac{x^3 dx}{\sqrt[4]{1-x^4}}$$

$$5. \int_1^{+\infty} \frac{dx}{\sqrt[8]{x^3-1}}$$

$$1. \int_0^1 (1 - 8x^2) \cos 4x \, dx$$

$$2. S = ? \quad r = \cos \varphi - \sin \varphi$$

$$3. L = ? \quad y = e^x + e \quad \ln\sqrt{3} \leq x \leq \ln\sqrt{15}$$

$$4. \int_0^2 \frac{x dx}{\sqrt{4-x^2}}$$

$$5. \int_1^{+\infty} \frac{\cos 4x}{x^4}$$

$$1. \int_0^3 (x^2 - 3x^4) \sin 2x \, dx$$

$$2. S = ? \quad r = 6 \sin \varphi; \quad r = 4 \sin \varphi$$

$$3. L = ? \quad y = \frac{e^x + e^{-x}}{2} + 3; \quad 0 \leq x \leq 2$$

$$4. \int_0^2 \frac{x^2 dx}{\sqrt[3]{8-x^3}}$$

$$5. \int_1^{+\infty} \frac{dx}{\sqrt[3]{x^2+1}}$$

$$1. \int_0^3 (x^2 - 4) \cos 3x \, dx$$

$$2. S = ? \quad r = 6 \sin \varphi$$

$$3. L = ? \quad y = \frac{e^{2x} + e^{-2x} + 3}{4}; \quad 0 \leq x \leq 2$$

$$4. \int_0^2 \frac{x^3 dx}{\sqrt{16-x^4}}$$

$$5. \int_0^2 \frac{dx}{\sqrt[3]{x^3-8}}$$

Обыкновенные дифференциальные уравнения

Теоретическая часть

1. Основные понятия (определение, решение дифференциального уравнения – общее и частное, задача Коши, интегральная кривая, теорема Коши (с доказательством), особое решение).

2. Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными (общий вид решения).

3. Однородные дифференциальные уравнения (общий вид решения)

4. Дифференциальные уравнения, приводящие к однородным.

5. Дифференциальные уравнения в полных дифференциалах.

6. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка. Уравнение Бернулли. (Метод Лагранжа, метод Бернулли с выводом)

7. Уравнения вида $x = f(y')$ и $y = f(y')$

8. Уравнение Лагранжа и Клеро.

9. Дифференциальные уравнения высших порядков.

1. Основные понятия.

2. Уравнения вида $F(x, y^k, y^{k+1}, \dots, y^n) = 0$

Метод решения, привести пример.

3. Уравнения вида $F(y, y', y'', \dots, y^n) = 0$

Метод решения, привести пример.

4. Уравнение вида $F(x, y, y', y'', \dots, y^n) = 0$

Метод решения, привести пример.

10. Линейные уравнения высших порядков.

1. Линейное дифференциальное уравнение n – о го порядка (однородное, неоднородное)

2. Теорема о структуре общего решения линейного однородного уравнения (с доказательством).

3. Линейное однородное уравнение с постоянными коэффициентами (метод решения).

4. Линейное неоднородное уравнение.

а) метод вариации произвольных постоянных.

б) метод подбора частного решения (метод неопределённых коэффициентов).

Задача № 0

1. $xydx + (x + 1)dy = 0$

2. $xyy' = 1 - x^2$

3. $y' \operatorname{ctg} x + y = 2 \quad y(0) = 1$

4. $xy' + y = y^2 \quad y(1) = \frac{1}{2}$

5. $y'y(1 + e^x) = e^x \quad y(0) = 1$

6. $(xy^2 + x)dx + (x^2y - y)dy = 0 \quad y(0) = 1$

7. $\sqrt{y^2 + 1} dx = xydy$

8. $\ln \cos y dx + x \operatorname{tg} y dy = 0$

9. $5e^x \operatorname{tg} y \, dx + (1 - e^x) \frac{1}{\cos^2 y} \, dy = 0$
10. $\frac{1}{\cos^2 x} \operatorname{tg} y \, dx + \frac{1}{\cos^2 y} \operatorname{tg} x \, dy = 0 \quad y\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\pi}{4}$
11. $\frac{4+y^2}{\sqrt{x^2+4x+13}} = \frac{3y+2}{x+1} y'$
12. $y' = \frac{\cos y - \sin y - 1}{\cos x - \sin x + 1}$
13. $\sqrt{\frac{1+\cos 2x}{1+\sin y}} + y' = 0 \quad y\left(\frac{\pi}{4}\right) = 0$
14. $(\sqrt{xy} - \sqrt{x}) \, dx + (\sqrt{xy} + \sqrt{y}) \, dy = 0$
15. $x(y^6 + 1) \, dx + y^2(x^4 + 1) \, dy = 0 \quad y(0) = 1$
16. $\frac{dx}{x(y-1)} + \frac{dy}{y(x+2)} = 0 \quad y(1) = 1$
17. $y' = e^{x+y} + e^{x-y} \quad y(0) = 0$
18. $y' + \sin(x+y) = \sin(x-y)$
19. $yy' = -\frac{2x}{\cos^2 y}$
20. $\frac{yy'}{x} + e^y = 0 \quad y(1) = 0$
21. $3e^x \operatorname{tg} y \, dx + \frac{(1+e^x)}{\cos^2 y} \, dy = 0 \quad y(0) = \frac{\pi}{4}$
22. $e^{1+x^2} \operatorname{tg} y \, dx - \frac{e^{2x}}{x-1} \, dy = 0 \quad y(1) = \frac{\pi}{2}$
23. $(1 + e^{2x})y^2 \, dy = e^x \, dx \quad y(0) = 0$
24. $y' + \cos(x+2y) = \cos(x-2y) \quad y(0) = \frac{\pi}{4}$
25. $y' = 2^{x-y} \quad y(-3) = -5$

Задача №1

1. $(x + 2y) \, dx - x \, dy = 0$
2. $(x - y) \, dx + (x + y) \, dy = 0$
3. $(y^2 - 2xy) \, dx + x^2 \, dy = 0$
4. $y^2 + x^2 y' = xyy'$
5. $xy' - y = x \operatorname{tg} \frac{y}{x}$
6. $xy' - y = (x + y) \ln \frac{x+y}{x}$
7. $(y + \sqrt{xy}) \, dx = x \, dy$
8. $(2x - 4y + 6) \, dx - (4x + 2y - 3) \, dy = 0$
9. $x - y - 1 + (y - x + 2)y' = 0$
10. $(x + 4y)y' = 2x + 3y - 5$
11. $(y + 2) \, dx = (2x + y - 4) \, dy$
12. $(y' + 1) \ln \frac{y+x}{x+3} = \frac{y+x}{x+3}$
13. $x^3(y' - x) = y^2$
14. $2x \, dy + (x^2 y^4 + 1) \, y \, dy = 0$
15. $y \, dx + x(2xy + 1) \, dy = 0$
16. $2y' + x = 4\sqrt{y}$

17. $2xy' + y = y^2\sqrt{x - x^2y^2}$
18. $2x^3y' = y(2x^2 - y^2)$
19. $(x^2 + y^2)y' = 2xy$
20. $xy' = y - xe^{\frac{y}{x}}$
21. $xy' = y \cos \ln \frac{y}{x}$
22. $xy' = \sqrt{x^2 - y^2} + y$
23. $y' = 2 \left(\frac{y+2}{x+y-1} \right)^2$
24. $y' = y^2 - \frac{2}{x^2}$
25. $2x^2y' = y^3 + xy$

Задача №2

1. $xy' - 2y = 2x^4$
2. $y' + y \operatorname{tg} x = \frac{1}{\cos^2 x}$
3. $x^2y' + xy + 1 = 0$
4. $2x(x^2 + y)dx = dy$
5. $xy' + (x + 1)y = 3x^2e^{-x}$
6. $(x + y^2)dy = ydx$
7. $(\sin^2 y + x \operatorname{ctg} y)y' = 1$
8. $(2x + y)dy = ydx + 4 \ln y dy$
9. $(2x + 1)y' = 4x + 2y$
10. $(xy + e^x)dx - xdy = 0$
11. $y = x(y' - x \cos x)$
12. $(xy' - 1) \ln x = 2y$
13. $(2e^y - x)y' = 1$
14. $y' = \frac{y}{3x - y^2}$
15. $y' + 2y = y^2e^x$
16. $y' = y^4 \cos x + y \operatorname{tg} x$
17. $(1 - 2xy)y' = y(y - 1)$
18. $(x + 1)(y' + y^2) = -y$
19. $xy^2y' = x^2 + y^3$
20. $xydy = (y^2 + x)dx$
21. $xy' + 2y + x^5y^3e^x = 0$
22. $y'x^3 \sin y = xy' - 2y$
23. $xy' - 2x^2\sqrt{y} = 4y$
24. $2y' - \frac{x}{y} = \frac{xy}{x^2 - 1}$
25. $(2x^2y \ln y - x)y' = y$

Задача №3

1. $x^2 y'' = y'^2$
2. $y^3 y'' = 1$
3. $y'' = 2yy'$
4. $y''(e^x + 1) + y' = 0$
5. $yy'' = y'^2 - y'^3$
6. $2yy'' = y^2 + y'^2$
7. $y''^2 + y' = xy''$
8. $xy''' = y'' - xy''$
9. $y'' = e^y$
10. $2y'(y'' + 2) = xy''^2$
11. $y'^2 = (3y - 2y')y''$
12. $y''^2 - 2y'y''' + 1 = 0$
13. $2xy'y'' = y'^2 - 1$
14. $y'^2 + 2yy'' = 0$
15. $yy'' + 1 = y'^2$
16. $y''' = y''^2$
17. $y''' = 2(y'' - 1)\text{ctg}x$
18. $y''^3 + xy'' = 2y'$
19. $y'' + y'^2 = 2e^{-y}$
20. $y''^2 = y'^2 + 1$
21. $y''(2y' + x) = 1$
22. $(1 - x^2)y'' + xy' = 2$
23. $(y' + 2y)y'' = y'^2$
24. $xy'' = y' + x(y'^2 + x^2)$
25. $xy'' = y' + x \sin \frac{y'}{x}$

Задача №4

- | | | |
|---------------------------|----------------------------|---|
| 1. $y'' - 4y' + 3y = 0$ | $y _{x=0} = 6$ | $y' _{x=0} = 10$ |
| 2. $y'' + 4y' + 29y = 0$ | $y _{x=0} = 0$ | $y' _{x=0} = 15$ |
| 3. $4y'' + 4y' + y = 0$ | $y _{x=0} = 2$ | $y' _{x=0} = 0$ |
| 4. $y'' - 2y' + y = 0$ | $y _{x=2} = 1$ | $y' _{x=2} = -2$ |
| 5. $y'' + 5y' + 6y = 0$ | $y _{x=0} = 1$ | $y' _{x=0} = -6$ |
| 6. $y'' - 10y' + 25y = 0$ | $y _{x=0} = 0$ | $y' _{x=0} = 1$ |
| 7. $y'' - 2y' + 10y = 0$ | $y _{x=\frac{\pi}{6}} = 0$ | $y' _{x=\frac{\pi}{6}} = e^{\frac{\pi}{6}}$ |

8. $9y'' + y = 0$ $y|_{x=\frac{3\pi}{2}} = 2$ $y'|_{x=\frac{3\pi}{2}} = 0$
9. $9y'' + 3y' = 0$ $y|_{x=0} = 1$ $y'|_{x=0} = 2$
10. $y'' + 9y = 0$ $y|_{x=0} = 0$ $y|_{x=\frac{\pi}{4}} = 1$
11. $y'' + y = 0$ $y'|_{x=0} = 1$ $y'|_{x=\frac{\pi}{3}} = 0$
12. $y'' - 5y' + 4y = 0$ $y|_{x=0} = 5$ $y'|_{x=0} = 8$
13. $y'' + 3y' + 2y = 0$ $y|_{x=0} = 1$ $y'|_{x=0} = -1$
14. $y'' + 4y = 0$ $y|_{x=0} = 0$ $y'|_{x=0} = 2$
15. $y'' = \frac{y}{a^2}$ $y|_{x=0} = a$ $y'|_{x=0} = 0$
16. $y'' + 3y' = 0$ $y|_{x=0} = 0$ $y|_{x=3} = 0$
17. $y'' + \pi^2 y = 0$ $y|_{x=0} = 0$ $y|_{x=1} = 0$
18. $y'' - y = 0$ $y|_{x=0} = 0$ $y'|_{x=0} = 1$
19. $y'' + 2y' + 2y = 0$ $y|_{x=0} = 1$ $y'|_{x=0} = 1$
20. $y'' + 4y' + 5y = 0$ $y|_{x=0} = -3$ $y'|_{x=0} = 0$
21. $y''' + 3y'' + 3y' + y = 0$ $y|_{x=0} = -1$ $y'|_{x=0} = 2$ $y''|_{x=0} = 3$
22. $y'' - 5y' + 4y = 0$ $y|_{x=0} = 1$ $y'|_{x=0} = 1$
23. $y'' - 2y' + y$ $y|_{x=2} = 1$ $y'|_{x=2} = -2$
24. $y''' - y' = 0$ $y|_{x=0} = 3$ $y'|_{x=0} = -1$ $y''|_{x=0} = 1$
25. $y''' - 3y'' + 3y' - y = 0$ $y|_{x=0} = 1$ $y'|_{x=0} = 2$ $y''|_{x=0} = 3$

Задача № 5

1. $y'' - 2y' = 2e^x$ $y|_{x=1} = -1$ $y'|_{x=1} = 0$
2. $y''' - y' = -2x$ $y|_{x=0} = 0$ $y'|_{x=0} = 2$ $y''|_{x=0} = 2$
3. $y'' + 4y = x$ $y|_{x=0} = 1$ $y|_{x=\frac{\pi}{4}} = \frac{\pi}{2}$
4. $y'' + y = 4e^x$ $y|_{x=0} = 4$ $y'|_{x=0} = -3$
5. $y'' - 2y' + 2y = 4e^x \cos x$ $y|_{x=\pi} = \pi e^\pi$ $y'|_{x=\pi} = e^\pi$
6. $y'' + y = 4e^x$ $y|_{x=0} = 4$ $y'|_{x=0} = -3$
7. $y'' - 2y' = 2e^x$ $y|_{x=1} = -1$ $y'|_{x=1} = 0$
8. $y'' + 2y' + 2y = xe^{-x}$ $y|_{x=0} = y'|_{x=0} = 0$
9. $y''' - y' = 0$ $y|_{x=0} = 3$ $y'|_{x=0} = -1$ $y''|_{x=0} = 1$
10. $y''' - 3y - 2y = 9e^{2x}$ $y|_{x=0} = 0$ $y'|_{x=0} = -3$ $y''|_{x=0} = 3$
11. $y'' - 4y' + 3y = e^{5x}$ $y|_{x=0} = 3$ $y'|_{x=0} = 9$
12. $y'' - 8y' + 16y = e^{4x}$ $y|_{x=0} = 0$ $y'|_{x=0} = 1$
13. $y'' - 6y' + 25y = 2\sin x + 3\cos x$ (общ. решение)
14. $y'' + y = \cos 3x$ $y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 4$ $y'\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$
15. $y'' - 6y + 8y = 3x^2 + 2x + 1$ (общ. решение)
16. $2y'' - y' = 1$ $y|_{x=0} = 0$ $y'|_{x=0} = 1$
17. $y'' + 4y = \sin 2x + 1$ $y|_{x=0} = \frac{1}{4}$ $y'|_{x=0} = 0$

18. $y'' + 4y = \cos 2x$ $y|_{x=0} = 0$ $y|_{x=\frac{\pi}{4}} = 0$
19. $y'' - y = x \cos^2 x$ (общ. решение)
20. $y'' + 9y = 2 \sin x \sin 2x$ $y|_{x=0} = y|_{x=\frac{\pi}{2}} = 0$
21. $y'' - 4y' + 8y = 61e^{2x} \sin x$ $y|_{x=0} = 4$ $y'|_{x=0} = 4$
22. $y'' - 2y' \cos \varphi + y = 2 \sin x \cos \varphi$ (общ. решение)
23. $y'' - 2y' + 2y = e^x \sin x$ (общ. решение)
24. $y'' + y = \operatorname{tg} x$ $y|_{x=0} = y|_{x=\frac{\pi}{6}} = 0$
25. $y'' + 6y' + 10y = 80e^x \cos x$ $y|_{x=0} = 4$ $y'|_{x=0} = 10$

Математическая статистика

Состоит из 2-х частей (теоретической - общей для всех, и индивидуальных заданий)

Теоретическая часть (общая для всех).

1. Системы случайных величин.

- закон распределения двумерной случайной величины (дискретные и непрерывные случайные величины)
- числовые характеристики системы двух случайных величин.

Задача №1 Найти регрессию величины Y на X для двух значений $X_1=3$ и $X_2=6$ на основе заданной таблицы распределения двумерной случайной величины.

$y \backslash x$	10	14	18
3	0,25	0,15	0,32
6	0,1	5	0,13

2. Доверительные интервалы.

Задача №2 Найти доверительный интервал с надёжностью 0,8 для оценки $M(x)$ нормального распределения случайных величин X со средним квадратическим отклонением $\sigma_x=5$, выборочной средней $X_b=20$ и объёмом выборки $n=25$

Задача №3 По данным выборки найдено несмещённое значение выборочного среднего квадратического отклонения $S=2$ нормально распределённой случайной величины X .

Найти с надёжностью 0,95 доверительный интервал для оценивания среднего квадратического отклонения случайной величины.

3. Проверка гипотезы о распределении Критерий Пирсона.

(критерии согласия, алгоритм применения критерии Пирсона, достоинства критерия Пирсона, проверка гипотезы о нормальном распределении и т.д.)

Задача №4 Коммерсант предполагает, что объём продаж нового вида продукции в каждой из пяти торговых точек, расположенных в разных районах будет одинаков. Фактический объём продаж оказался разным.

Район	i	1	2	3	4	5
Фактический Объём продаж	m_i	105	117	84	111	83

Оценить, значимы или нет разницы между наблюдаемыми и ожидаемыми объемами продаж при уровне значимости 0,01 и 0,05.

Индивидуальная часть задания по теме «Математическая статистика»

1 Рассчитать и построить гистограмму относительно частот по сгруппированным данным (таб.1), где m_i -частота попадания вариант в промежуток (X_i, X_{i+1})

2 Найти несмещённую выборочную дисперсию на основании данного распределения выборки (таб. 2)

3 Проверить нулевую гипотезу о том, что данное значение a_0 является математическим ожиданием нормального распределения случайной величины при 5%-м уровне значимости для двусторонней критической области, если в результате отработки выборки объём $n=10$ получено выбранное среднее \bar{X} , а несмещенное среднее квадратическое отклонение равно S (таб. 3)

4 При уровне значимости $\alpha=0,1$ проверить гипотезу о равенстве дисперсий двух случайных величин X и Y на основе выборочных данных (таб. 4) при альтернативной гипотезе $H_1: \sigma_x^2 \neq \sigma_y^2$

Таблица №1

вариант	i	$X_i < X \leq X_{i+1}$	m_i	вариант	i	$X_i < X \leq X_{i+1}$	m_i
1	1	5-10	3	7	1	12-16	7
	2	10-15	9		2	16-20	15
	3	15-20	18		3	20-24	13
	4	20-25	14		4	24-28	8
	5	25-30	16		5	28-32	7
2	1	2-5	6	8	1	8-10	5
	2	5-8	24		2	10-12	16
	3	8-11	13		3	12-14	11
	4	11-14	1		4	14-16	8
	5	14-17	6		5	16-18	10
3	1	5-7	4	9	1	100-110	7
	2	7-9	14		2	110-120	16
	3	9-11	12		3	120-130	12
	4	11-13	8		4	130-140	11
	5	13-15	2		5	140-150	4
4	1	10-12	4	10	1	2-6	5
	2	12-14	12		2	6-10	3
	3	14-16	8		3	10-14	18
	4	16-18	8		4	14-18	9
	5	18-20	18		5	18-22	5
	1	3-7	6		1	5-10	2
	2	7-11	8		2	10-15	14

5	3	11-15	10	11	3	15-20	11
	4	15-19	12		4	20-25	9
	5	19-23	4		5	25-30	4
6	1	4-10	4	12	1	4-9	5
	2	10-16	5		2	0-14	9
	3	16-22	12		3	14-19	13
	4	22-28	14		4	19-24	6
	5	28-34	5		5	24-29	7

вариант	i	$X_i < X \leq X_{i+1}$	m_i	вариант	i	$X_i < X \leq X_{i+1}$	m_i
13	1	10-14	5	21	1	7-9	5
	2	14-18	14		2	9-11	4
	3	18-22	26		3	11-13	8
	4	22-26	9		4	13-15	12
	5	26-30	6		5	15-17	11
14	1	10-20	12	23	1	11-14	3
	2	20-30	17		2	14-17	8
	3	30-40	46		3	17-20	14
	4	40-50	12		4	20-23	15
	5	50-60	13		5	23-26	10
15	1	15-30	8	23	1	3-5	1
	2	30-45	16		2	5-7	6
	3	45-60	12		3	7-9	14
	4	60-75	4		4	9-11	7
	5	75-90	10		5	11-13	2
16	1	20-40	8	23	1	-6 - -2	2
	2	40-60	14		2	-2 - -2	8
	3	60-80	10		3	2-6	14
	4	80- 100	9		4	6-10	6
	5	100- 120	19		5	10-14	10
17	1	20-22	4	24	1	3-7	4
	2	22-24	6		2	7-11	6
	3	24-26	10		3	11-15	9
	4	26-28	4		4	15-19	10
	5	28-30			5	19-23	11
18	1	10-14	3	25	1	2-4	5
	2	14-18	16		2	4-6	8
	3	18-22	8		3	6-8	16
	4	22-26	7		4	8-10	12

	5	26-30	6		5	10-12	9
19	1	4-8	5				
	2	8-12	7				
	3	12-16	10				
	4	16-20	12				
	5	20-24	6				

Таблица №2

вариант	распределение					вариант	распределение				
1	x	-	-	3	6	14	x	-	-	2	5
	i	6	2				i	6	2		
	n	1	1	1	8		n	1	1	1	1
2	x	4	4	5		15	x	4	5	5	5
	i	4	8	2			i	7	0	2	6
	n	2	4	2			n	2	1	2	1
3	x	1	1	2	2	16	x	-	-	2	8
	i	5	8	3	4		i	4	1		
	n	1	5	1	8		n	1	8	1	1
4	x	4	4	4		17	x	1	6	2	1
	i	21	28	32			i	4		0	0
	n	3	4	2			n	-	-	2	8
5	x	2	2	2		18	x	3	3	3	
	i	46	50	57			i	150	170	200	
	n	2	1	1			n	1	6	2	
6	x	6	9	1	1	19	x	0	0	0	0
	i			1	4		i	,2	,3	,5	,6
	n	2	3	2	2		n	1	1	1	1
7	x	-	-	5	7	20	x	3	6	8	1
	i	3	1				i				4
	n	1	1	2	1		n	8	1	1	1
8	x	1	1	2		21	x	1	1	1	2
	i	0	6	6			i	0	4	6	2
	n	1	1	1			n	1	2	1	9

	i	4	8	8			i	3	4	4	
9	x	0	0	0		22	x	2	6	8	9
	i	,02	,05	,08			i	2	1	1	5
	n	3	2	3			n	2	1	1	5
	i	2	9	9			i	0	3	2	
10	x	0	0	0		23	x	5	5	6	6
	i	,1	,3	,5			i	2	6	7	0
	n	1	2	3			n	1	1	1	1
	i	6	1	1			i	4	8	3	2
11	x	3	3	3		24	x	-	-	-	4
	i	0	2	7			i	10	5	1	
	n	4	2	3			n	2	4	1	1
	i	1	8	1			i	5	4	6	5
12	x	3	3	3		25	x	3	4	4	
	i	81	85	89			i	8	2	6	
	n	5	2	2			n	5	3	1	
	i	4	2	4			i	2	6	2	
13	x	1	1	1	2						
	i	4	5	8	0						
	n	1	1	1	1						
	i	5	2	1	2						

Таблица №3

вариант	a ₀	X	S	вариант	a ₀	X	S
1	84	80	6	14	80	78	4
2	40	38	4	15	100	96	6
3	30	34	2	16	60	66	5
4	60	62	3	17	80	78	4
5	42	46	2	18	86	84	5
6	60	64	2	19	90	88	6
7	70	74	6	20	50	52	3
8	70	86	5	21	30	34	4
9	80	86	4	22	50	48	2
10	90	96	5	23	70	72	5
11	60	54	2	24	70	66	8
12	50	48	2	25	58	56	4
13	80	84	3				

Таблица №4

вариант	X		Y		вариант	X		Y		
	x	n	y	m		x	n	y	m	
	i	i	i	i		i	i	i	i	
1	2	8	3	7	7	7	4	6	1	
	3		0			1		8	0	
	2	7	3	8		7	5	6	1	
	5		5			3		9	4	
	2	6	4	2		7	8	7	1	
	6		1			5		0	3	
	2	9	4	3		7	1	7	1	
	8		6			9	0	4	2	
						8	3	7	1	
						0		8	1	
2	1	1	1	4	8	1	1	1	3	
	2,1		2,2			6	2	8		
	1	2	1	8		1	1	2	1	
	2,5		2,4			8	0	5		
	1	4	1	3		2	1	2	4	
	2,7		2,5			1	4	9		
	1	1	1	2		2	8	3	6	
	3,0		2,7			4		6		
	1	2	1	8		2	6	4	6	
	3,2		3,0			5		0		
3	1	7	9	9	9	-	3	1	4	
	0					8		0		
	1	5	1	1		-	2	1	1	
	1		1	2		5		4	0	
	2	4	1	1		-	4	1	9	
			2	4		3		5		
	1	6	1	9		1	5	1	7	
	4		4					8		
	1	8	1	6		3	4	2	4	
	6		5					1		
						4	2	2	6	
								5		
4	6	1	6	2	10	1	2	4	4	
			,5			2		4		
	7	8	7	5		1	5	4	5	
			,4			5		6		
	9	7	8	3		1	3	4	8	
			,2			8		7		
	1	2	9	7		1	1	5	6	
	0		,1			9		0		

							2	4	5	7
	0	1	1	9	5	3	5	6	2	7
5	1	1	4	0	1	3	5	5	1	5
	3	1	2	2	1	4	5	4	0	2
	4	1	4	1	3	8	5	3	2	3
							5	2	2	6
							9		7	
6	0	7	2	1	6	1	7	8	2	-
	2	7	0	1	8	1	4	8	1	-
	3	7	2	1	1	2	8	8	3	-
	5	7		8	5	2	5	9	4	-
	8	7		8	8	2	6	0		

Таблица №4 (продолжение)

вариант	X		Y		вариант	X		Y	
	x	n	y	m		x	n	y	m
	i	i	i	i		i	i	i	i
13	1	3	1	5	19	2	3	1	6
	42		40			0		8	
	1	1	1	3		2	4	1	3
	45		46			2		9	
	1	2	1	2		3	2	0	4
46		47		4	2	2	2	2	
1	4	1	2	6	2	4	2	5	
48		51		2	4		2		
14	3	2	3	4	20	4	1	8	3
	7		8			2	5	4	
	3	1	3	3		5	7	7	2
	8		9			4	1	9	4
4	4	4	2	6	2	2			
0		0							

	1	4	3	1	4	2		0	5	6	1	9	1	
	2	4	6	3	4	3								
15	9	3	4	5	7	4	21	0	3	4	0	3	6	
	3	4	2	0	8	2		2	3	5	1	3	4	
	5	4	3	4	8	3		3	3	8	2	3	3	
	7	4	4	1	9	4		4	3	1	4	3	5	
	1	5	2	4	9	2		6	3	2	5	3	2	
16	,5	3	1	,6	3	3	22	2	4	4	4	4	1	
	,7	3	3	,7	3	5		4	4	8	5	4	1	
	,9	3	5	,8	3	2		8	4	3	6	4	1	
	,0	4	4	,4	4	1		0	5	5	1	5	6	
	,1	4	4	,2	4	4		3	5	0	5	5	5	
17	0	1	5	0	1	6	23	5	3	3	2	3	9	
	1	1	3	1	1	4		0	4	4	3	3	1	
	2	1	2	3	1	8		2	4	2	5	3	0	
	4	1	1	4	1	3		4	4	4	9	3	1	
18	,1	6	2	,8	5	6	24	1	6	5	0	6	4	
	,5	6	3	,0	6	4		2	6	4	3	6	3	
	,6	6	1	,2	6	5		4	6	6	4	6	2	
	,0	7	4	,3	6	2		7	6	2	8	6	6	
	,4	7	2	,8	6	3		8	6	3	0	7	5	