

**Вопросы к экзамену по курсу
“Высшая математика”**

3 институт 2 курс, III семестр, 2015–16 уч. г.

1. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Решение, общее решение, общий интеграл. Геометрический смысл на примере уравнения первого порядка.
2. Интегрирование дифференциального уравнения с разделяющимися переменными и однородного.
3. Интегрирование линейного дифференциального уравнения и уравнения Бернулли.
4. Дифференциальные уравнения высших порядков. Сведение их к уравнениям первого порядка.
5. Задача Коши для дифференциального уравнения. Краевая задача для уравнения II-го порядка.
6. Линейные дифференциальные уравнения n -го порядка.
7. Фундаментальная система решений линейного уравнения n -го порядка. Теорема об общем решении однородного уравнения.
8. Структура общего решения неоднородного уравнения n -го порядка.
9. Метод вариации произвольных постоянных для нахождения частного решения.
10. Линейные дифференциальные уравнения n -го порядка с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение. Общее решение однородного линейного дифференциального уравнения.
11. Нахождение частного решения линейного дифференциального уравнения n -го порядка для правой части вида $e^{\alpha x}(P_n(x) \cos \beta x + Q_n(x) \sin \beta x)$.
12. Геометрическая фигура. Задача о вычислении массы геометрической фигуры.
13. Общее определение интегралов: определенного, криволинейного I-го рода, двойного, поверхностного I-го рода и тройного.
14. Теорема о существовании интеграла. Геометрический смысл двойного интеграла.
15. Свойства интегралов. Теорема о среднем.
16. Вычисление двойных интегралов с помощью повторных интегралов.
17. Вычисление тройного интеграла в декартовых координатах.
18. Замена переменных в двойном интеграле. Якобиан преобразования.
19. Переход к полярным координатам в двойном интеграле.
20. Замена переменных в тройном интеграле.
21. Переход к цилиндрическим координатам в тройном интеграле.
22. Переход к сферическим координатам в тройном интеграле.
23. Сведение криволинейного интеграла I-го рода к определенному интегралу.
24. Криволинейный интеграл II-го рода. Его физический смысл и свойства.
25. Вычисление криволинейного интеграла II-го рода.
26. Формула Грина.

27. Вычисление поверхностного интеграла I-го рода.
28. Поверхностный интеграл II-го рода. Его физический смысл и свойства.
29. Вычисление поверхностного интеграла II-го рода.
30. Формула Стокса. Ротор векторного поля, его физический смысл.
31. Формула Гаусса–Остроградского. Дивергенция векторного поля, ее физический смысл.
32. Числовые ряды. Частичная сумма ряда. Сумма числового ряда.
33. Свойства сходящихся числовых рядов.
34. Необходимый признак сходимости числового ряда.
35. Ряды с положительными членами. Критерий сходимости рядов с положительными членами.
36. Признак сравнения.
37. Признак сравнения в предельной форме.
38. Признак Даламбера.
39. Радиальный признак Коши.
40. Интегральный признак Коши.
41. Знакопередающиеся ряды. Признак Лейбница.
42. Абсолютная и условная сходимость числовых рядов.
43. Свойства абсолютно сходящихся числовых рядов.
44. Функциональные последовательности и ряды. Поточечная и равномерная сходимости.
45. Признак равномерной сходимости Вейерштрасса.
46. Теорема о непрерывности равномерно сходящегося ряда из непрерывных функций.
47. Теорема о почленном интегрировании равномерно сходящегося ряда.
48. Теорема о почленном дифференцировании функционального ряда.
49. Степенные ряды. Теорема Абеля.
50. Радиус сходимости степенного ряда. Формулы для радиуса сходимости.
51. Равномерная сходимость степенного ряда на любом отрезке из интервала сходимости.
52. Свойства степенных рядов: непрерывность суммы, почленное интегрирование и дифференцирование.
53. Ряды Тейлора и Маклорена. Достаточные условия разложимости функции в ряд Тейлора.
54. Разложения элементарных функций в ряды Тейлора ($\sin x$, $\cos x$, e^x , $\ln(1+x)$ и $\operatorname{arctg} x$).
55. Теорема о единственности разложения функции в степенной ряд. Применение степенных рядов для приближенных вычислений.
56. Разложение функции в ряд Фурье по тригонометрической системе на отрезке $[-\pi, \pi]$.