Вопросы к экзамену по курсу
“Высшая математика”
линейная алгебра и аналитическая геометрия
5 факультет 1 курс, I семестр, 2006–07 уч. г.

1. Квадратные матрицы. Определители второго и третьего порядков. Способы их вычисления.
2. Миноры. Определители n-го порядка, их свойства. Алгебраические дополнения.
3. Теорема о фальшивом разложении.
4. Операции над матрицами, их свойства.
5. Обратная матрица. Присоединенная матрица. Теорема об обратной матрице.
6. Система линейных алгебраических уравнений. Матричная запись. Метод Гаусса.
7. Решение систем линейных алгебраических уравнений с помощью обратной матрицы. Метод Крамера.
8. Ранг матрицы. Преобразования матрицы, не меняющие ее ранга.
9. Теорема о базисном миноре. Теорема Кронекера–Капелли.
10. Порядок решения системы линейных алгебраических уравнений. Свободные и базисные неизвестные.
11. Решение однородной системы с квадратной матрицей. Условие существования ненулевого решения.
12. Векторы. Операции над векторами, их свойства. Координаты векторов. Орт вектора. Направляющие косинусы.
13. Скалярное произведение векторов, его свойства. Условие ортогональности векторов.
14. Уравнение линии на плоскости. Уравнение прямой, проходящей через заданную точку перпендикулярно заданному вектору.
15. Общее уравнение прямой на плоскости. Нормальный вектор прямой.
16. Взаимное расположение прямых на плоскости. Угол между прямыми.
17. Уравнение прямой на плоскости, проходящей через заданную точку в заданном направлении. Направляющий вектор прямой. Уравнение прямой, проходящей через две заданные точки.
18. Нормальное уравнение прямой на плоскости. Расстояние от точки до прямой на плоскости. Уклонение от точки до прямой.
19. Правые и левые тройки векторов. Векторное произведение, его свойства, выражение через координаты векторов. Условие коллинеарности векторов.
20. Смешанное произведение, его свойства, выражение через координаты векторов. Условие компланарности векторов.
21. Уравнение плоскости в пространстве, проходящей через заданную точку перпендикулярно заданному вектору.
22. Общее уравнение плоскости в пространстве. Нормальный вектор плоскости.
23. Взаимное расположение плоскостей в пространстве. Угол между плоскостями.
24. Уравнение плоскости, проходящей через три заданные точки.

25. Нормальное уравнение плоскости. Расстояние и уклонение от точки до плоскости.
26. Общее уравнение прямой в пространстве. Уравнение прямой в пространстве, проходящей через заданную точку параллельно заданному вектору. Параметрическое и каноническое уравнения прямых.
27. Приведение общего уравнения прямой к каноническому виду.
28. Взаимное расположение прямых в пространстве. Угол между прямыми в пространстве.
29. Взаимное расположение между прямой и плоскостью в пространстве.
30. Линейные пространства. Примеры линейных пространств. Линейная зависимость и независимость элементов линейного пространства. Необходимые и достаточные условия линейной зависимости.
31. Базис линейного пространства. Теорема о разложении произвольного элемента линейного пространства по базису. Координаты элемента.
32. Теорема о числе элементов базиса. Размерность пространства.
33. Преобразование координат при переходе к другому базису. Линейный оператор. Примеры линейных операторов.
34. Матрица линейного оператора. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора. Теорема о линейной независимости собственных векторов, соответствующих различным собственным значениям.
35. Характеристический многочлен линейного оператора (матрицы). Преобразование матрицы линейного оператора при переходе к новому базису.
36. Подобные матрицы. Теорема об инвариантности характеристического многочлена подобных матриц. Следствие из нее.
37. Приведение к диагональному виду матрицы линейного оператора в случае различных собственных значений.

Вопросы к экзамену по курсу “Высшая математика”, математический анализ 5 факультет 1 курс, I семестр, 2006–07 уч. г.

1. Основные понятия теории множеств. Операции над множествами.
2. Числовые множества. Аксиома непрерывности прямой. Общее понятие отображения. Взаимно-однозначное отображение. Эквивалентные множества.
3. Числовая функция. Ограниченность функции. Точная верхняя и нижняя грани функции. Теорема о существовании точной верхней и нижней грани функции.
4. Определение предела функции. Бесконечно малые функции. Свойства бесконечно малых.
5. Теорема о представлении функции в виде суммы предела и бесконечно малой функции. Единственность предела, предел суммы.
6. Теоремы о пределе произведения и частного.
7. Односторонние пределы. Теорема о пределе монотонной функции.
8. Определение предела при $x \to \pm\infty$ и $x \to \infty$. Предел последовательности.

9. Теорема о двух милиционерах.
10. I и II замечательные пределы.
11. Непрерывность функции. Операции над непрерывными функциями. Основные элементарные функции. Элементарные функции и их непрерывность.
12. Следствия из II-го замечательного предела. Классификация точек разрыва.
13. Свойства функций, непрерывных на отрезке.
14. Классификация бесконечно малых функций. Эквивалентные бесконечно малые функции и их свойства.
15. Две теоремы об эквивалентных бесконечно малых. Таблица эквивалентностей.
16. Определение производной. Теорема о представлении полного приращения дифференцируемой функции.
17. Дифференциал. Геометрический смысл производной и дифференциала. Уравнение касательной.
18. Связь дифференцируемости и непрерывности.
19. Основные правила дифференцирования (производная суммы и произведения).
20. Основные правила дифференцирования (производная частного, сложной и обратной функции).
21. Таблица производных элементарных функций (с выводом).
22. Теорема Ферма.
23. Теорема Ролля.
24. Теоремы Коши и Лагранжа. Формула конечных приращений.
25. Исследование функции на монотонность.
26. Правило Лопиталя.
27. Локальные экстремумы функции. Необходимые условия экстремума. Первое достаточное условие экстремума.
28. Теорема об инвариантности формы I-го дифференциала. Дифференцирование параметрически заданных функций.
29. Производные и дифференциалы высших порядков. II достаточное условие экстремума.
30. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа.
31. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Пеано.
32. Использование формулы Тейлора для приближенных вычислений (на примере функций e^x, $\sin x$ и $\cos x$).
33. III достаточное условие экстремума.
34. Выпуклые вверх и вниз функции. Достаточное условие выпуклости функции.
35. Точки перегиба. Необходимое условие перегиба.
36. I и II достаточные условия перегиба.
37. Вертикальные, наклонные асимптоты и их нахождение. План общего исследования функции.